

N° 22 Octobre 2010

www.commission-cadrans-solaires.fr

Nos dossiers

Les "heures antiques" (2^{ème} partie) La théorie du cadran analemmatique

- Apports de J.Fusoris à la gnomonique
- Heures antiques (Cadell) et bibliographie
- Cadrans hhaifirs, cadran boussole ou pied de cheval
- Ombre et pénombre d'un style rectiligne, le "shadow sharpener"
- Découverte d'un cadran insolite sur colonne, cadrans à chapeau sur cylindre, cône et sphère
- Théorie de l'analemme, Equation du temps
- Cadrans canoniaux décryptés, cadran complexe de l'abbé Rasquin
- Informations diverses, nouvelles réalisations, sociétés étrangères, l'heure et le chemin de fer, gnomon chinois, le cadran de Crêt-Châtelard, sites internet, documents...





Sommaire du N° 22

<u>Cadrans de Jean Fusoris (2)</u>		Aubry Gérard	4
<u>Heures antiques W.A. Cadell</u>		Collin Dominique	14
<u>Hhafirs et cadrans boussoles</u>		Dallet Pierre-Joseph	27
<u>Ombre et pénombre d'un élément rectiligne</u>		Ferrari Gianni	40
<u>Le Shadow sharpener</u>		Ferrari Gianni	47
<u>Cadran insolite sur colonne avec note explicative sur les CS à chapeau</u>		Gavilan Manuel Pizarro/ Costa Roselyne Savoie Denis	53
<u>Hhafir ou Sabot de cheval</u>		Gagnaire Paul	68
<u>Les Cadrans solaires à chapeau</u>		Savoie Denis	72
<u>Le cadran solaire analemattique</u>		Sagot Robet/ D. Savoie	77
<u>Des canoniaux déchiffrés</u>		Schneider Denis	90
<u>Equation aux 4 soleils</u>		Telavitse François	95
<u>La table de l'abbé Rasquin</u>		Ugon Michel et Paul Gagnaire	107
<u>Informations diverses</u> Dernières réalisations, Cadran Ottoman à Bremen Gnomonique du Monde, L'heure et le chemin de fer Le cadran solaire HELIOS, Le gnomon chinois Le cadran du Crêt-Châtelard Informations gnomoniques, des sites WEB...	 	Contributeurs à cette rubrique ou aux compléments d'articles: J-M. Ansel, R. Anselmi, E. Bassinot, A. Bousquet, A. Ferreira, P. Gagnaire, R. Kriegler, Ph. Sauvageot, D. Savoie, L. Schumacher, J. Serra, P. Tosi, J. Theubet, Sociétés étrangères.	126

Version CDrom:

Cliquer sur le titre de l'article pour ouvrir celui-ci (lien hypertexte)



Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"

Couverture de "Cadran Info"

Cadran sur colonne dans l'ancien couvent de La Baumette à Angers

Photo de Manuel Pizarro Gavilan

CADRAN-INFO

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la "commission des cadrans solaires" de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: "L'Astronomie" avec son article mensuel concernant les cadrans solaires et "Observations & travaux" qui présentent épisodiquement des sujets concernant la gnomonique.

CADRAN-INFO est une formule simple et flexible qui regroupe la majorité des présentations faites lors de nos 2 réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

CADRAN-INFO est devenu au cours des années UNE référence d'études, de techniques, de méthodes pour certaines totalement inédites.

CADRAN-INFO paraît en Mai et en Octobre. Il est vendu lors des deux commissions ou adressé sur demande (participation aux frais) sous forme: papier (tirage N&B ou en couleurs) et CD (les N°1 à 5 sont des scans des tirages papier).

A partir de **CI** N°11, les logiciels ou certains documents numériques sont mis à disposition dans la version CDrom.

La liste des articles parus depuis le premier numéro est disponible sur demande.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Président de la Commission des cadrans Solaires

Remarques:

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les articles¹ sont à envoyer à Ph. Sauvageot (directement à son domicile) par mail ou sur CDrom/DVD PC (Word, Excel, Access, **PAS DE PDF**) éventuellement sur papier. Certains sujets pourront être repris dans une parution ultérieure de "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux".
- ◆ Les personnes qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux" devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources et/ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés aux auteurs après publication.

Pour tout renseignement:

Ph. SAUVAGEOT 7, rue de Gloriette 91640 Vaugrigneuse: sauvageotph@wanadoo.fr

Ou au secrétariat de la SAF, 3 rue Beethoven 75016 PARIS

Aucun caractère publicitaire dans les informations données dans le bulletin

¹ Police: Times New Roman, taille: 12, marges: 2,5



Cadran de Jean Fusoris (partie 2)

Par Gérard Aubry

Après avoir traité des cadrans à style polaire dans une première partie (Cadran Info n° 18 d'octobre 2008), nous allons aborder et commenter l'apport de Fusoris au cadran dit de berger et aux quadrants de hauteur.

2 - LE CADRAN DIT DE BERGER

A cette époque, au début du XV^{ème} siècle, ce cadran de hauteur porte communément le nom de cylindre ou horloge des voyageurs (*horologium viatorum*). De nombreux traités médiévaux lui sont consacrés, certains datent du XIII^e et même du XI^e siècle¹.

◆ **Le manuscrit lat. 15104** est, comme pour les cadrans à style polaire, la source principale d'informations. Le document, sans dessins, comporte des notes qui traitent :

1. de la construction et usages du cylindre.
2. de propositions d'améliorations de la part de Fusoris.
3. de l'établissement d'une table pour tracer par points un cadran d'heures égales aux environs de Paris.

2.1. CONSTRUCTION ET USAGES DU CYLINDRE

Ne seront abordés ici que les points nécessaires à la compréhension de l'objet de l'époque. La lecture de l'heure sur le cylindre est supposée connue du lecteur.

	P	M	G
1	5	1	5
2	8	10	10
3	9	14	14
4	10	19	19
5	11	23	23
6	12	27	27
7	13	31	31
8	14	34	34
9	15	37	37
10	16	40	40
11	17	43	43
12	18	45	45
13	19	48	48
14	20	50	50
15	21	52	52
16	22	54	54
17	23	55	55
18	24	56	56
19	25	57	57
20	26	58	58
21	27	59	59
22	28	60	60
23	29	61	61
24	30	62	62
25	31	63	63
26	32	64	64
27	33	65	65
28	34	66	66
29	35	67	67
30	36	68	68
31	37	69	69
32	38	70	70
33	39	71	71
34	40	72	72
35	41	73	73
36	42	74	74
37	43	75	75
38	44	76	76
39	45	77	77
40	46	78	78
41	47	79	79
42	48	80	80
43	49	81	81
44	50	82	82
45	51	83	83
46	52	84	84
47	53	85	85
48	54	86	86
49	55	87	87
50	56	88	88
51	57	89	89
52	58	90	90

- **Le cylindre** semblable à la fig. 2 comporte le long d'une génératrice une double échelle :

- une première échelle linéaire des tangentes exprimées en points².
- une seconde échelle, non linéaire, en degrés en correspondance avec la colonne des tangentes. Sur la figure 2, qui ne doit être qu'un dessin rapide, les correspondances entre échelles sont fausses...

Fusoris joint dans ses notes une table de correspondance identique dans ses valeurs à celle de la fig.1. Les degrés entiers (colonne **G**) indiqués ont chacun leur tangente exprimée en points et minutes de points (colonnes **P** et **M**).

Ces deux échelles permettent de tracer par points les lignes horaires et donnent à un instant t de l'année la hauteur du soleil en ° et la tangente en P correspondante.

◀ Fig. 1 Table du début du XVI^e siècle identique à la table de Fusoris. (l'image de la table, sous word, peut être agrandie). Sur le côté gauche, la légende verticale dit qu'à

¹ E. Poulle, [1] p. 68 note 1 ; Turner, *Mathematical Instruments in Antiquity and the Middle Age* p. 115 ; voir aussi, la note 6 infra.

² Au moyen âge, le point P correspond au 1/12 de l'unité des tangentes - on retrouve cette unité sur le carré des ombres au dos des astrolabes - La minute de point vaut 1/60 de point. Ex : $\text{tg } 45^\circ = 1 = 12 \text{ p}$; $\text{tg } 34^\circ = 8 \text{ p } 6 \text{ m} \dots$

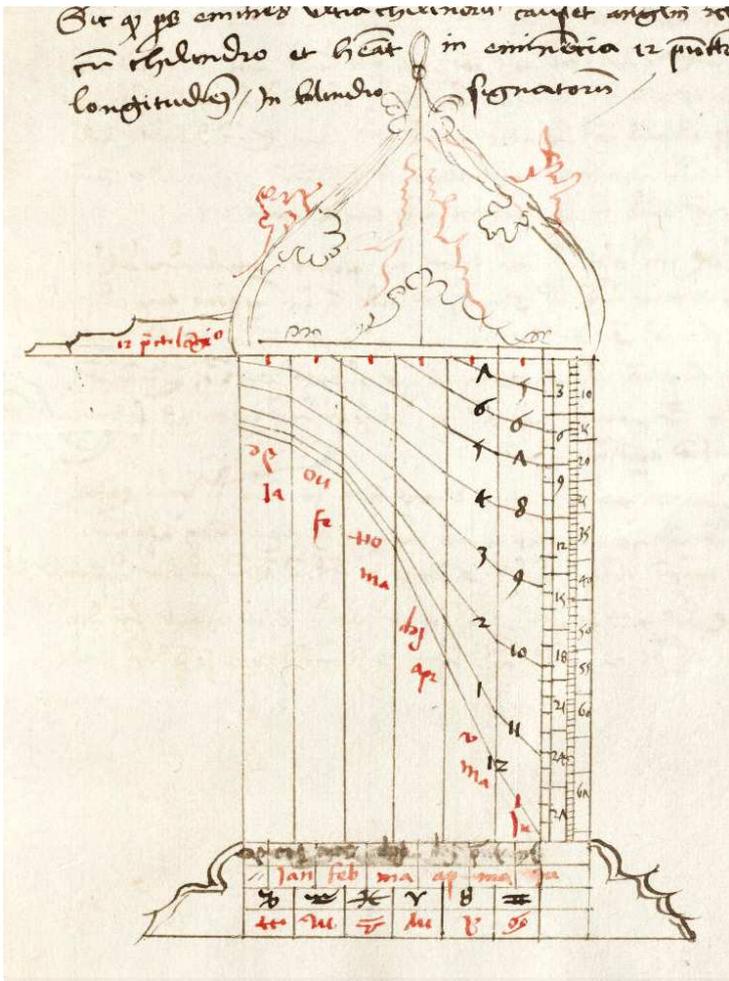
un point et trois minutes correspondent 5°. Dans le tableau, curieusement les valeurs « zéros » de la colonne M sont notées « 90 ».

- Traditionnellement, la base du cylindre comporte sur sa surface latérale une division en mois et /ou signes zodiacaux.
- Les lignes horaires sont tracées par points sur la surface latérale en fonction de la latitude de référence.

Voir un exemple fig. 2.

2.2. AMELIORATIONS PROPOSEES PAR FUSORIS

Elles sont modestes, mais elles méritent d'être soulignées :



- Pour équilibrer le poids du gnomon, on peut fixer un contrepoids à l'intérieur du couvercle ou avoir deux styles en opposition.
- Pour améliorer la précision de localisation du style suivant le calendrier, placer la chiffration des mois dans la partie supérieure du cylindre sous le couvercle pivotant³.
- Fusoris se propose aussi de tracer les lignes horaires pour toute une gamme de latitudes, puisqu'il s'agit d'un cadran de voyageur ! Mais il ne propose pas de solution... (sur 2 moitiés de surface latérale éventuellement ?)
- Pour finir, il indique la longueur à donner au gnomon, soit 12 points⁴, ce que les traités antérieurs n'ont pas jugé bon de définir.

▲ Fig. 2 Une esquisse de dessin de cylindre du début du XVI^e siècle. On remarquera ici la longueur de 12 points indiquée sur le gnomon.

³ Remarque : au lever et au coucher du soleil sa hauteur est nulle. Pour pouvoir lire les heures extrêmes sur le cylindre, il faut effectuer une encoche ou un décrochement sur le style pour chevaucher le calendrier, ce que ne précise pas Fusoris. Ce type de cadran a existé parfois, mais il n'a pas fait l'unanimité (voir fig. 104 « Les cadrans solaires » D. Savoie ou ref. 1608901-14 de la base CS-SAF).

⁴ En effet la longueur du gnomon et l'unité sur l'échelle actuelle des tangente sont en relation directe. $Tg 45^\circ = 1 = 12 \text{ pts.}$

2.3. TABLE DES HAUTEURS DU SOLEIL

- Cette table, fig. 3, est établie pour une latitude (non précisée sur le manuscrit) des environs de Paris [*Tabula pro chilindro, in latitudine circiter Parisius*].

- Les indications, d'après Fusoris, sont grossières - *grossum negocium* - pour l'ensemble des valeurs.

- Notre observateur note qu'il a effectué ses mesures, en début et en milieu de mois, avec un grand astrolabe et un grand quadrant. Les valeurs de la table sont des moyennes.

- Le lieu des observations est précisé : « *in domo domini Guillelmi de Senonis* », soit « dans la maison de Guillaume de Sens. » E. Poulle s'appuie-t-il sur la hauteur de 42° relevée à midi, à mi-mars, sensiblement jour d'équinoxe⁵ (ce jour-là, $h = 90^\circ - \varnothing$), pour suggérer une latitude de 48°, latitude approchée de Sens ? Hypothèse à valider pour l'auteur de l'article qui est Sénonais !... Autre hypothèse plus vraisemblable : 48° correspond à la latitude en degrés entiers fréquemment citée et employée pour tracer tympan d'astrolabes et autres instruments parisiens.

186		JEAN FUSORIS							
fol. 140		[<i>Tabula pro chilindro, in latitudine circiter Parisius</i>].							
	in me- ridie	1 ^a hora	2 ^a h.	3 ^a h.	4 ^a h.	5 ^a h.	6 ^a h.	7 ^a h.	8 ^a h.
in medio decembris	17° 20'	16° 0'	12° 35'	7° 5'					
in principio januarii	19° 0'	17° 0'	13° 30'	8° 0'	1° 20'				
in medio	22° 0'	20° 30'	16° 30'	11° 0'	4° 0'				
in principio februaryi	26° 0'	24° 30'	21° 0'	15° 0'	7° 15'				
in medio	31° 0'	29° 30'	25° 20'	19° 0'	11° 0'	2° 0'			
in principio martii	37° 0'	35° 20'	31° 0'	24° 0'	16° 0'	7° 0'			
in medio	42° 0'	40° 30'	36° 0'	28° 30'	19° 30'	10° 30'			
aprilis	48° 30'	46° 30'	41° 0'	33° 45'	25° 0'	15° 0'	5° 30'		
in medio	53° 0'	51° 0'	46° 0'	38° 9'	29° 0'	19° 0'	9° 20'		
mayus	58° 0'	55° 30'	49° 30'	42° 0'	32° 0'	22° 20'	13° 0'	3° 0'	
in medio	61° 30'	59° 0'	52° 30'	44° 10'	34° 40'	25° 12'	15° 10'	6° 10'	
junius	64° 10'	61° 10'	54° 40'	46° 6'	36° 12'	26° 30'	17° 0'	8° 0'	
in medio	65° 0'	62° 15'	55° 30'	46° 45'	37° 20'	27° 25'	17° 40'	8° 30'	0° 25'

Istud precedens fuit grossum negocium ad componendum chilindros.

Fig. 3 Table des hauteurs du soleil, E. Poulle, [1], p 186.

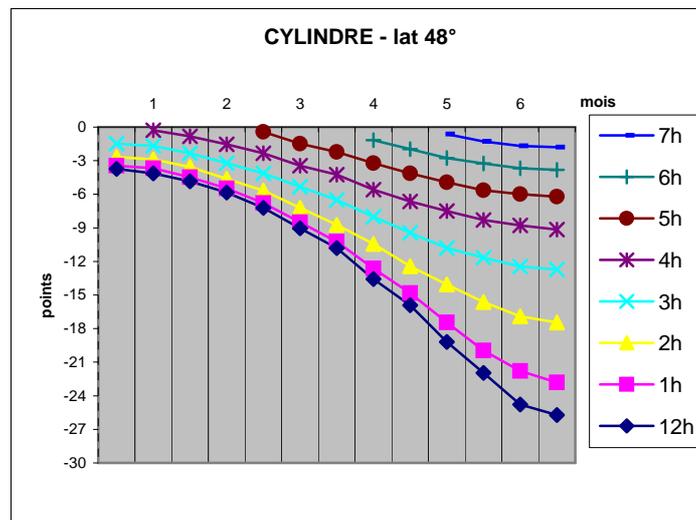


Fig. 4 Développement du 1/2 cylindre : données de la fig. 3

⁵ Pour 1410 l'équinoxe a lieu en réalité le 11 mars vers 20h.

Commentaires

Relevés : D'après la fig. 4 toutes les courbes "filent" correctement.

Instruments :

- Comment Fusoris a-t-il procédé ? Dans ses notes il précise le lieu exact : *in domo domini...*, il a donc effectué des observations suivies d'enregistrements. Pour procéder aux relevés, il faut qu'il détermine les instants des observations à effectuer et qu'il mesure ensuite la hauteur du soleil en ces instants. Avec quel instrument a-t-il défini les "tops" de mesure ? Gnomon, cadran solaire, astrolabe, quadrant pour les midis de référence, puis sablier, cadran solaire, astrolabe, quadrant, horloge ? La question reste posée...

Comme il indique qu'il a utilisé *un grand astrolabe⁶ et un grand quadrant* nous supposons qu'il n'avait à sa disposition que ces 2 types d'instruments tracés pour une même latitude.

Il lui faut donc en premier déterminer les heures égales des relevés. Ces instruments ne peuvent lui donner l'information qu'à partir de la hauteur du soleil...

Peut-être s'est-il servi alors de l'astrolabe pour déterminer grossièrement les instants des relevés et ensuite, a-t-il utilisé un quadrant géométrique pour préciser les différentes hauteurs ? Le principe semble un peu boiteux, mais y a-t-il d'autres solutions⁷ ?

- Dimensions des grands instruments ? Les valeurs des enregistrements sont des moyennes des angles relevés, il est donc difficile de déterminer une résolution des instruments. Devant les valeurs affichées, il ne semble pas irraisonnable de supposer une résolution des instruments de l'ordre de 20 minutes de degré. Si l'on considère que 20' peuvent être résolus par un arc de 2 mm, on arrive à une circonférence de 2160 mm. Ce qui nous donne un astrolabe de Ø 688 mm ou un quart de cercle de 344 mm de rayon. Ce qui peut donner une idée de la dimension des instruments employés. Ils correspondent d'ailleurs à ceux que l'on peut voir sur la fig. 9 en fin d'article.

- Les enregistrements résultent-ils tous de mesures ? La table comporte 84 enregistrements correspondant à différentes heures de l'année.

2 solutions semblent possibles :

Sol. 1 : Les valeurs méridiennes correspondent à des relevés et les autres valeurs sont calculées.

Sol. 2 : Toutes les valeurs sont théoriquement relevées aux instruments. Statistiquement, il serait bien étonnant que le soleil ait été toujours au rendez-vous. En effet, aujourd'hui l'ensoleillement à Paris n'est que de 40 %. Certaines valeurs de la table sont donc certainement calculées ou extrapolées.

Nous envisagerons plus loin les 2 solutions.

Lieu d'observation : S'agit-il de :

- **Sens ?** de latitude Ø = 48° 12'

- **Senones ?** chef-lieu de canton des Vosges, Ø = 48° 24' à environ 100 km de Giromont où est né Fusoris et de Mézières/Meuse. Senones fut siège d'une abbaye 7^e-18^e s. fondée par des Sénonais.

⁶ Il semble intéressant de souligner ici que le moine Hermann der Lahme (Hermann le Boiteux), de Reichenau, dès 1045, propose de se servir de l'astrolabe pour construire ce type de cadran. Voir G. Dohrn –van Rossum, [2], p 82. Voir aussi P. Duhem, [3], p 166 qui évoque le même Hermann et un ami de celui-ci, Béranger de Tours (999-1088) « qui se donne pour inventeur de cette horloge ».

⁷ Il existait assurément des tables de longitude du soleil depuis le XIII^e siècle, mais Fusoris n'y fait pas référence ici. Pour ces tables voir Paul Tannery, [4], p 147 dans "le traité du quadrant", par exemple.

- **Paris ?** où $\varnothing = 48^\circ 50'$; « de Senonis » signifiant alors « venant de Sens ».
 - **Tout autre lieu ?** autour de Paris où se trouvait la maison de Guillaume...
- Pour essayer de répondre à la question nous allons déterminer la latitude déduite de la table de Fusoris.

Détermination de la latitude \varnothing :

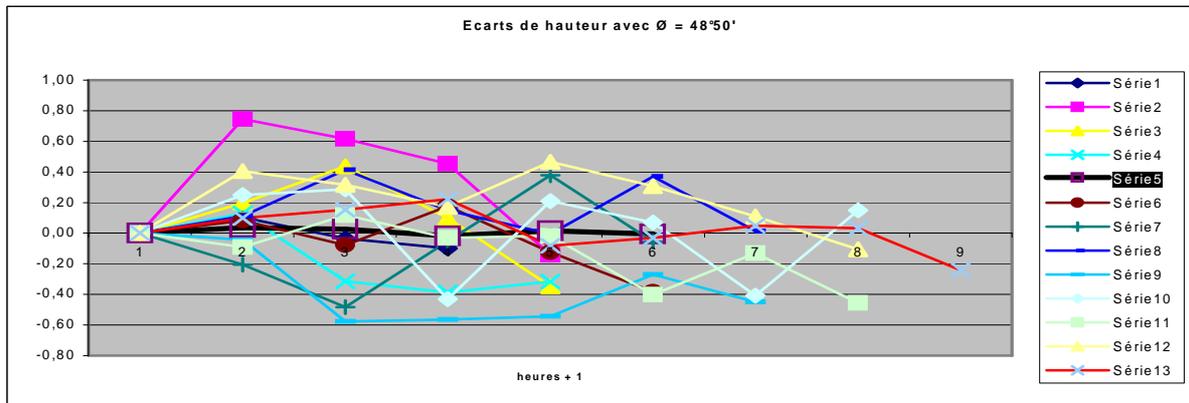
- Hauteur du soleil h : $\sin h = \sin \delta \sin \varnothing + \cos \varnothing \cos \delta \cos H$ (1)

soit à midi vrai h_m : $h_m = 90^\circ - \varnothing + \delta$ (2)

Nous proposons 2 approches

Sol. 1 : Se donner une latitude \varnothing , calculer les déclinaisons δ à midi d'après (2), calculer les autres hauteurs h d'après (1). Constaté les écarts entre les h relevées et les h calculées, minimiser ces écarts en jouant sur \varnothing .

Ces calculs ne sont pas développés.



Résultat : $\varnothing_{opt} = 48^\circ 50'$ à $49^\circ 6'$ avec un écart-type $s = 0,29$.

On remarque une dispersion importante ce qui démontrerait que les valeurs seraient plutôt des mesures que des calculs. Une exception cependant : la série 5 qui correspond à la ligne de la mi-février où la dispersion est négligeable c-à-d aberrante. Ce qui démontre que, pour ce jour là, ces valeurs ont été rapportées. Y a-t-il eu hésitation sur la mi-février ou empêchement ou peut-être pas de soleil... ?

Sol. 2 : Rechercher la déclinaison de l'époque à midi en se servant d'un modèle actuel (3), en déduire une latitude moyenne à partir de (2).

- (3) Modèle : proposé par D. Savoie §3 p 56 de la Gnomonique[5]⁸.
- Hypothèse : dates entre 1400-1436 ; choix pour simulations : années non bissextiles 1410 et 1434.

Ces calculs ne sont pas développés, les valeurs minimales sont pour l'année 1410.

Résultat : $\varnothing_{moy} = 49,15^\circ \pm 0,21$ avec un coef. d'élargissement $k = 2$.

Résultat qui, malheureusement pour l'auteur de l'article, ne correspond pas à la latitude de Sens, mais bien à une latitude du nord de Paris.

On retiendra $\varnothing = 49^\circ$, qui peut correspondre à la latitude d'un instrument standard pour apprécier la dispersion des écarts de l'ensemble des mesures par rapport aux hauteurs théoriques calculées à partir du modèle précédent.

⁸ Voir bibliographie.

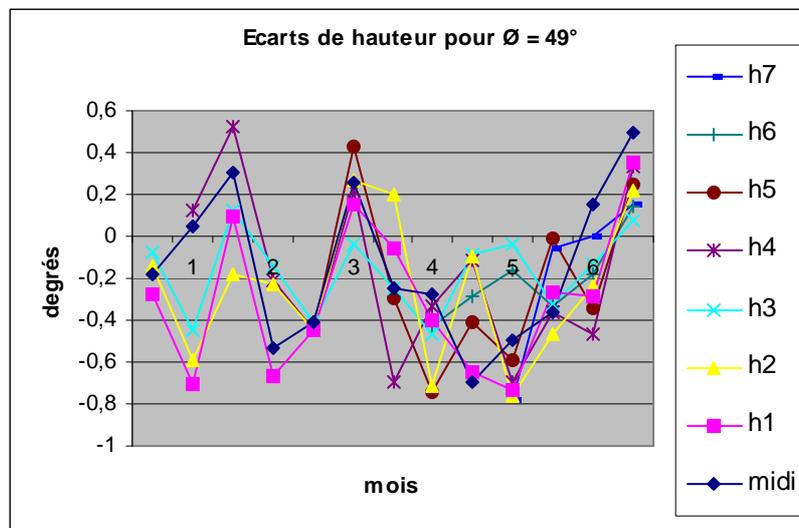
Ecarts entre les valeurs théoriques et l'ensemble des relevés de hauteur pour l'année 1410 :

- La réfraction ($10'$ si $h = 5^\circ$) et l'influence du rayon du soleil ($0,25^\circ$ à l'horizon) n'ont pas été pris en compte.

- Statistiques : $X_{\text{bar}} = -0,2$ et $s = 0,33^\circ$ soit une dispersion de : $\pm 0,66^\circ$ ou $\pm 40'$ pour $k = 2$.

→ La latitude de 49° et /ou les hauteurs relevées sont sous-estimées.

→ A la dispersion max. de $\pm 0,66^\circ$ correspond une erreur potentielle de tracé qui avoisine $\pm 0,5$ h vers midi et ± 7 min. vers 15 h. Ce n'est pas négligeable, mais cette erreur semble compatible avec l'exploitation de l'instrument à l'époque sauf vers l'heure de midi, comme il est connu.



→ On peut constater la non dispersion des valeurs relevées sur le graphique à mi-février (mois 2,5) comme dans le cas de la sol. 1.

◆ **Pour information, le manuscrit lat. 7295⁹** comporte en fol. 47-47^v. des tables, non transcrites par E. Poule, pour construire des cylindres pour les latitudes de 47° (Dijon $47^\circ 19'$, capitale des Ducs de Bourgogne) et 50° (Bruxelles $50^\circ 50'$). Ces tables sont le fait de Henri Arnaut élève de Fusoris.

« Les hauteurs sont dites calculées avec l'astrolabe. Une note fait référence à des cylindres réalisés, avec ces latitudes, pour le seigneur duc [de Bourgogne], l'un de ces cylindres étant en or. » D'après E. Poule.

Nous constatons simplement qu'ici, la proposition de construire un cylindre à partir de l'astrolabe, sans aucun relevé et sans tables est mise en application.

3 – LES QUADRANTS DE HAUTEUR

Fusoris ne s'intéresse qu'au quadrant ancien à heures égales qu'il veut pouvoir construire à partir de tables.

Les quadrants sont bien documentés dans *Les instruments de l'astronomie ancienne* de Philippe Dutarte¹⁰, nous n'y reviendrons pas.

⁹ p. 202 de [1]

¹⁰ Voir [6]

◆ **Le manuscrit lat. 15104** est la seule source d'informations. Le document, sans dessins, comporte des notes qui précisent :

1. ses hésitations sur le choix de la latitude et de l'obliquité de l'écliptique pour définir des tables.
2. différentes tables pour tracer par points des quadrants à curseur d'heures égales à la latitude de Paris.

3.1. NOTES SUR LA LATITUDE ET L'OBLIQUITE DE L'ECLIPTIQUE

Les avis de l'époque sont partagés sur la latitude \varnothing de Paris : 48° , $48^\circ 50'$, 49° . Il en est de même pour l'obliquité de l'écliptique ε : des $23^\circ 51'$ attribuée à Ptolémée - en réalité de l'époque d'Hipparque - à la valeur dite moderne de $23^\circ 33'$ qui correspond en fait aux années 1150 (au début du XV^{ème} siècle, $\varepsilon = 23^\circ 31'$). Fusoris hésite entre toutes ces informations et présente plusieurs tables sans essayer de rechercher ni l'obliquité, ni surtout la latitude qui peut être obtenue simplement le jour de l'équinoxe.

3.2. LES DIFFÉRENTES TABLES

Elles sont au nombre de quatre. Nous ne nous intéresserons plus loin qu'à la première.

1. Une table des hauteurs du soleil pour les différentes heures du jour à l'équinoxe de printemps et aux solstices où $\varnothing = 48^\circ 50'$ et $\varepsilon = 23^\circ 45'$.
2. Une table des hauteurs du soleil à midi pour les fins et milieux des mois d'une année moyenne (deuxième année après une bissextile)..
3. Une autre table de type 1 où $\varnothing = 49^\circ$ et $\varepsilon = 23^\circ 50'$.
4. Une double table des hauteurs du soleil à midi pour les fins des mois d'une année moyenne, fait de Fusoris, accolée à une table d'astronome. Cette dernière est la plus conforme aux valeurs théoriques de l'époque calculées d'après le modèle (3).

Table n° 1

	in me- ridie	1 ^a hora	2 ^a h.	3 ^a h.	4 ^a h.	5 ^a h.	6 ^a h.	7 ^a h.	8 ^a h.
1 ^{us} gradus capri- corni elevatur	17° 25'	16° 2'	12° 32'	7° 3'	In 4 ^a hora est sub horizonte quasi per dimidium gradum.				
27° 30' aquarii	28° 40'					In 5 ^a hora est in contactu orizontis.			
1 ^{us} gradus arietis elevatur	41° 10'	39° 25'	34° 45'	27° 45'	19° 16'	9° 55'	In 6 ^a hora in contactu orizontis.		
3 ^{us} gradus tauri	53° 45'							In 7 ^a hora est in contactu orizontis.	
1 ^{us} gradus cancri	64° 55'	62° 17'	55° 35'	46° 52'	37° 22'	27° 30'	17° 52'	8° 35'	0° 20'

Fig. 5 Table des hauteurs du soleil pour $\varnothing = 48^\circ 50'$ et $\varepsilon = 23^\circ 45'$. E. Poulle, [1], p184

Cette table comporte les différentes hauteurs du soleil.

- D'abord à midi, dans la colonne *in meridie*, les h_m successives pour : le solstice d'hiver, à $27^\circ 30'$ dans le signe du Verseau, à l'équinoxe de printemps, à 3° dans le Taureau et au solstice d'été.
- Puis aux différentes heures du jour pour les solstices et à l'équinoxe.

Cette table peut se construire simplement.

- En premier, à l'équinoxe $h_{me} = 90^\circ - \varnothing = 41^\circ 10'$, aux solstices $h_{ms} = 90 - \varnothing \pm \varepsilon$ soit $64^\circ 55'$ et $17^\circ 25'$.
- Ensuite les hauteurs aux différentes heures sont calculées à partir de $\sin h = \sin \delta \sin \varnothing + \cos \varnothing \cos \delta \cos H$ (1) qui se simplifie éventuellement.
- Pour terminer, deux cas particuliers où la hauteur du soleil est nulle à la 5^{ème} et à la 7^{ème} heure. En ces instants $h = 0$. On a alors d'après (1) : $\operatorname{tg} \delta = -\operatorname{cotg} \varnothing \cos H$ d'où $\delta_5 = -12,5$ et $\delta_7 = 12,58$, puis en appliquant $h_m = 90^\circ - \varnothing + \delta$ on trouve les valeurs respectives de $28^\circ 40'$ et $53^\circ 45'$. Il reste à déterminer les lieux du soleil dans le zodiaque, soit à partir de tables du vrai lieu du soleil (tables alphoncines), soit par le calcul où la longitude écliptique du soleil λ_s peut s'exprimer grossièrement à partir de $\sin \lambda_s = \sin \delta / \sin \varepsilon$. Les valeurs calculées sont bien de $27^\circ 30$ dans le Verseau et de 3° dans le Taureau.

D'une façon générale, toutes les valeurs calculées sont exactes à $\pm 10'$. Cette table permet alors de tracer les lignes horaires du quadrant. Voir fig. 6 une représentation grossièrement identique pour une latitude de $48^\circ 40'$.

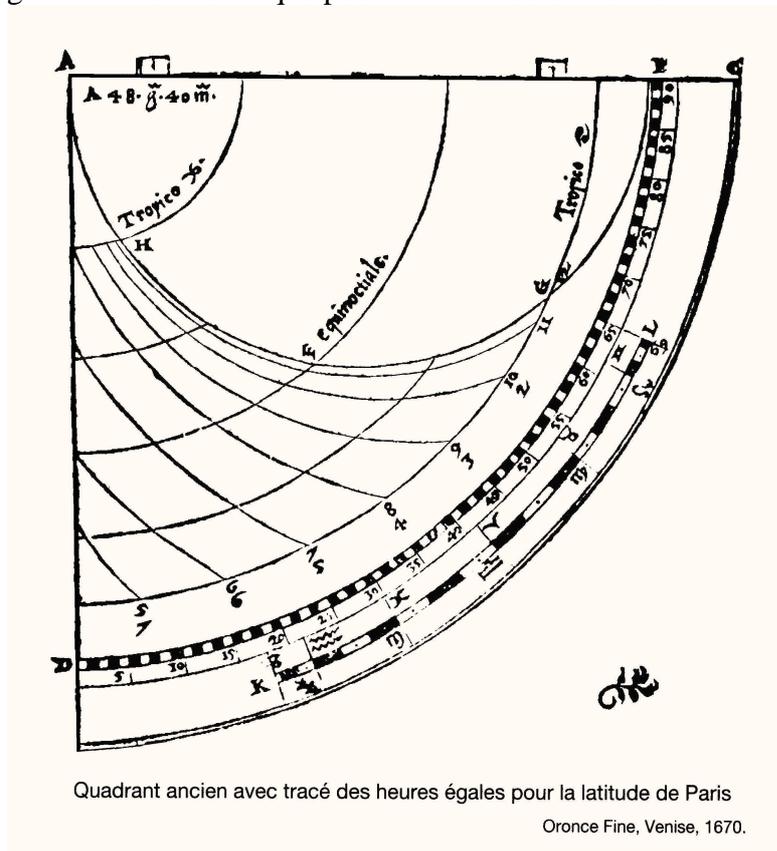


Fig. 6 D'après O. Finé. Voir Ph. Dutarte, [6], p 210

Tracé : Le premier degré du Bélier sur le curseur est d'abord fixé sur la colatitude de Paris, soit $41^\circ 20'$.

La ligne de midi est tracée identique à celle d'un quadrant à heures inégales.

Les 5 arcs de cercles centrés en A correspondent dans l'ordre aux longitudes écliptiques de la table.

Puis chaque ligne horaire est définie par 3 points par lesquels on fait passer un cercle spécifique.

Pour la 6^{ème} et la 7^{ème} heure, il n'existe que 2 points. Le tracé de ces dernières lignes est obtenu en poursuivant la progression du faisceau de cercles précédents.

Pour plus de détails sur la construction voir Ph. Dutarte, [6], p 210

Commentaires

A propos du curseur : Ici, le tracé des heures égales est spécifique à la latitude spécifiée. Il peut compléter le tracé d'un quadrant ancien à heures inégales universel, mais seulement pour cette latitude. Si les heures inégales n'apparaissent pas sur le quadrant, comme sur la figure 7, le curseur n'a plus lieu d'être.

On arrive alors à un quadrant comme ci-après.

CONCLUSION

Fusoris fut certes un grand constructeur d'instruments astronomiques comme nous l'avons souligné tout au long de cet article. Des ateliers du chanoine sortirent des astrolabes (plus d'une vingtaine d'exemplaires recensés à ce jour d'après M. Poulle), des équatoires, des horloges et différents types de « quadrans ».

Mais ce qui ressort de cette étude, c'est que Fusoris s'est attaché à améliorer des instruments à heures égales. Il semble qu'il ait senti que le vent de l'Histoire de l'Heure tournait dans cette direction à travers la diffusion des horloges dont le mécanisme de base indiquait ce type d'heures.

Ces horloges qui tant bien que mal essayaient d'effectuer un tour en un jour avaient besoin d'être mises à l'heure à n'importe quel instant de la journée à partir d'une référence solaire simple et compatible, accessoire obligatoire accompagnant l'Horloge.

D'où le perfectionnement de ces quarts de cercle, cadrans des voyageurs, cadrans à style polaire, certes déjà existants, mais dont la nouvelle finalité était de donner l'heure égale à l'horloge de la façon la plus exacte possible.

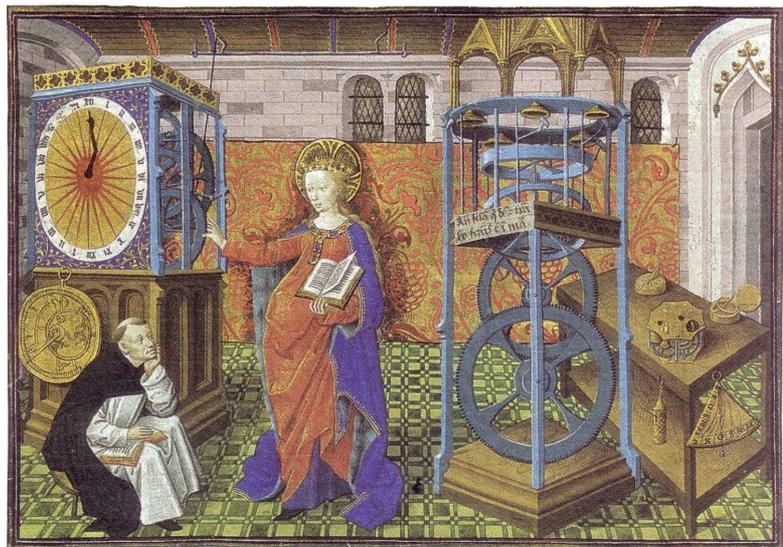
Il apparaît donc que Fusoris fut, à travers ses notes, un témoin privilégié d'une époque charnière qui vit l'émergence inexorable de l'heure équinoxiale, nouvelle unité de référence de mesure du temps.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Poulle (Emmanuel), *Un constructeur d'instruments astronomiques au XV^e siècle Jean Fusoris*, Librairie Champion, Paris, 1963. Accessibilité¹² : CCF¹³.
- [2] Dohrn-van Rossum (Gerhard), *L'histoire de l'heure*, éd. de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1992/97, Editeur.
- [3] Duheim (Pierre), *Le système du monde*, T 3, éd. Hermann, Paris, 1946/58, Gallica.
- [4] Tannery (Paul), *Mémoires scientifiques*, T 5, éd. Jacques Gabay, Paris, 1922/1996, Gabay.
- [5] Savoie (Denis), *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, 2007. SAF.
- [6] Dutarte (Philippe), *Les instruments de l'astronomie ancienne*, éd. Vuibert, 2006, Editeur.
- [7] Münster (Sebastian), *Rudimenta mathematica*, 1551, Gallica.

ILLUSTRATIONS

- Fig. 1, 2, 8 Web, ms. 47 (vers 1500), Bib. num. St. Laurent de l'Université de Lund.
- Fig. 6 D'après [6], avec l'aimable autorisation de P. Dutarte
- Fig. 9 Page de couverture de *L'histoire de l'heure* de Gerhard Dohrn-van Rossum [2]. Miniature de *Horologium Sapientiae* (vers 1450) de H. Seuse, ms. Bruxelles, B.R.IV, folio 13v. © Bib. Royale Albert I^{er}, Bruxelles. ►



¹² L'accessibilité à l'ouvrage est précisée en police « Arial Narrow » en fin de référence.

¹³ CCF : Catalogue Collectif de France, site web, pratiquant le prêt entre bibliothèques.



Heures antiques W.A. Cadell

traduction Dominique Collin

M. Dominique Collin s'est lancé dans la recherche de la nature géométrique des "lignes horaires antiques". Elles ne sont en effet pas aussi simples et rectilignes que l'on pourrait croire. Rappelons que les cadrans antiques donnaient à lire des heures temporaires appelées également « heures antiques » ou « heures inégales ». C'est-à-dire de durées variables correspondant à la douzième partie de l'intervalle de temps compris entre le lever et le coucher du soleil (réf Gnomonique moderne de D. Savoie p 15).

Sur les lignes qui divisent chaque arc semi-diurne en six parties égales

par

W.A. CADELL, ESQ. F.R.S. LOND. & EDIN.

TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY OF EDIMBURG, VOL VIII (1818), p.61-83.

[Lu le 3 juin 1816.]

Les divisions du jour que différentes nations ont utilisées, sont représentées sur la sphère par différentes sortes de lignes horaires. Il y a trois sortes de lignes horaires que l'on peut dessiner en supposant négligeables les inégalités du mouvement de la Terre.

La première sorte : ce sont les *heures comptées depuis le méridien, égales entre elle à toutes les déclinaisons du soleil*. Ces lignes sont des grands cercles sur la sphère, passant par les pôles de l'équateur, et chaque paire intercepte un *même* arc sur chacun des parallèles. Les lignes de cette sorte sont les lignes horaires de temps sidéral, compté depuis le méridien, et les lignes horaires du temps solaire, comptés aussi depuis le méridien.

La seconde sorte : ce sont celles *comptés depuis l'horizon, de même durée à toutes les déclinaisons du soleil*. Ces lignes sont des grands cercles tangents au plus grand parallèle visible d'une part, et au plus grand parallèle invisible d'autre part ; chaque paire de ces grands cercles coupe un même arc pour chaque arc diurne. Elles sont les horizons des différents points du parallèle passant par le zénith. Les heures Italiennes comptées depuis le coucher du soleil, et les heures Babyloniennes comptées depuis le lever du soleil, sont de cette sorte.

La troisième sorte que l'on se propose de discuter plus particulièrement ici, concerne les *heures dont leur durée varie avec la déclinaison du soleil*, chaque heure étant la sixième partie de l'arc semi-diurne, lequel arc a une plus petite portion de circonférence en hiver, et une plus grande en été. Cette troisième sorte comprend les lignes horaires des anciens Grecs et Romains, qui les ont appelé *hectémorie*¹), qui est la sixième partie de l'arc semi-diurne.

La courbure de ces lignes est visible lorsqu'elles sont dessinées sur un globe ; c'est ce qui est aussi vu dans leur projection gnomonique de la manière suivante.

La figure 1 est une vue en perspective des lignes qui interceptent la sixième partie de chaque arc diurne ; le point de vue est le centre de la sphère ; le plan de projection est tangent à la sphère au pôle de l'équateur, et est par conséquent parallèle à l'équateur ; la latitude est de 66°30' ; à cette latitude chaque ligne horaire hectémoréale est parcourue par le soleil en une année. Cette vue en perspective est la même que celle de la projection centrale ou de la projection gnomonique de la sphère sur le côté du plan qui est tangent à la sphère au pôle de l'équateur ;

¹ Εχλημοριον, sexta pars, sextarius, est utilisé par PTOLEMÉE. Les lignes qui séparent chaque hectémorie sont, dans cet article, appelées *lignes hectémoréales*.

cela forme un cadran équinoxial inférieur pour la latitude $66^{\circ}30'$, lorsqu'il est placé parallèlement à l'équateur, avec ses inscriptions sur la surface tournée vers le bas, et avec le point XXIV installé.

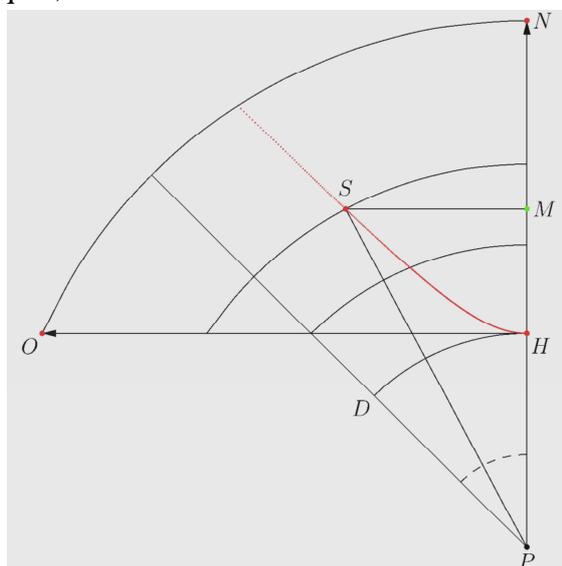
Dans cette vue, les projections des parallèles sont des cercles, et les arcs égaux aux parallèles sont représentés dans leur projections par des arcs égaux : la construction des lignes qui interceptent une des six parties de chaque arc semi-diurne, est cependant réalisée en divisant la projection de chaque arc semi-diurne en six parties égales et en reliant chaque point de division avec les points correspondant aux projections des autres arcs semi-diurnes.

Dans la première figure, ces lignes horaires hectémoréales semblent converger vers le point du méridien qui est marqué $66^{\circ}30'$. C'est le point de contact avec l'horizon, et au plus grand cercle parallèle invisible ; c'est aussi le point où la partie de la moitié du jour du méridien coupe l'horizon. En ce point, l'arc semi-diurne est infiniment petit, et cependant les lignes qui le divisent en six parties égales doivent être infiniment proches les unes des autres, ou, en d'autres mots, doivent converger.

En ce point de convergence, chaque ligne hectémoréale est inclinée d'un angle considérable sur le méridien. Quand les lignes progressent, l'inclinaison devient plus petite, jusqu'à ce qu'elle soit pratiquement aussi petite que l'inclinaison des lignes horaires astronomiques, qui sont coupées par les lignes hectémoréales sur l'équateur ; et la ligne hectémoréale sur cette projection est asymptotique avec cette ligne horaire astronomique. Pour la distance à P de leur intersection, mesurée sur le plan de projection, elle est infinie, étant égale à la distance de l'intersection de l'équateur avec le plan de projection, deux plans parallèles entre eux ; et, cependant, aussi loin que la projection est étendue, les deux lignes s'approchent indéfiniment, mais sans jamais se rencontrer.

Prenons par exemple, la troisième ligne hectémoréale HS (dans la figure sur la marge) coupant la neuvième ligne horaire astronomique sur l'équateur ; la projection du grand cercle qui coupe la neuvième ligne horaire astronomique à l'équateur, est une droite parallèle à la neuvième ligne horaire astronomique sur sa projection ; mais la troisième ligne hectémoréale approche continuellement la neuvième ligne horaire astronomique ; leur distance mutuelle à l'horizon étant $HD = \text{arc}.45^{\circ} \times \tan(\text{distance polaire})$, et après cela c'est $(\text{arc}.45^{\circ} - \frac{1}{2} \text{arc semi-diurne}) \times \tan(\text{distance polaire de l'étoile})$; $\frac{1}{2} \text{arc semi-diurne}$ augmente, mais n'atteint jamais la valeur 45° , aussi la distance ne devient jamais égale à zéro, et $\tan(\text{distance polaire})$ s'accroît indéfiniment.

Tous les grands cercles sont vus sous forme de droite dans cette projection de la sphère ; et cependant la projection d'un grand cercle ne peut pas être asymptotique à la projection d'un autre cercle ; il s'ensuit que les projections des lignes hectémoréales ne sont pas des projections de grands cercles. Si une droite passant H est tracée (dans la figure* ci-contre), en coupant une aliquote



* *N.d.T.* : Cette figure est une reproduction de la projection centrale des éléments de la sphère céleste sur le plan tangent au pôle sud. Elle mérite quelques explications "modernes", complétant celles déjà fournies par Cadell. L'arc en pointillés, de centre P , a pour rayon celui de la sphère céleste ; c'est la seule modification apportée à la figure de Cadell (cet arc permet de rendre compte des dimensions de la projection centrale, tout comme cela est fait en figure 1 et 2 de la planche II). $[PN]$ est le méridien du lieu de latitude $66^{\circ}34'$ N (valeur actuelle et non celle prise par Cadell). L'arc NO , de centre P et ne servant qu'à délimiter la figure, est la projection centrale de l'arc diurne de déclinaison -10° (sans spéculer, c'est à peu de chose près la valeur choisie par Cadell). $[HO]$ est la projection centrale du cercle horizon (hectémorie 0, ou lever du soleil). La courbe HS est la IIIe hectémorie : elle partage bien en deux l'arc NO et les autres arcs diurnes parallèles de centre P ; l'hectémorie III est asymptotique à la ligne $[PD]$. L'hectémorie apparaît en pointillés en raison de sa construction même : l'intersection de la droite issue du centre de la sphère et d'un point de la sinuséide sphérique, avec le plan tangent au pôle sud. Une figure 3D complète est fournie en annexe à cette traduction. $[PD]$ est la projection centrale du cercle horaire de 9h de temps vrai (ou heure équinoxiale) ; $H\hat{P}D = 45^{\circ}$. Et enfin, H , point très important, est l'intersection sur la sphère céleste du méridien sud avec le cercle horizon : c'est le point de passage de

donnée, une moitié par exemple, depuis la projection d'un arc semi-diurne, elle coupera une plus petite aliquote depuis l'extrémité méridionale des autres arcs semi-diurne, proportionnellement qu'ils sont plus près du point H ; et pour que cette droite tracée depuis H puisse couper la même partie aliquote depuis d'autres arcs concentriques qui sont compris entre le sinus verse^{*} HN et le sinus HO de l'arc extérieur, il est nécessaire que les cordes de ces arcs soient parallèles entre eux ; ce qui arrive seulement dans le cas où tous les arcs sont de 90° , alors H est confondu avec P , et alors la droite coupant la même aliquote pour tout arc, est la droite passant par le centre P ; et c'est seulement dans le cas de la projection centrale de la sphère que chaque arc est de 90° , les pôles de l'équateur étant sur l'horizon. Dans cette position seulement les lignes hectémoréales sont des grands cercles, et dans ce cas elles sont confondues avec les lignes horaires astronomiques et passent par les pôles de l'équateur. Lorsque les pôles sont ainsi sur l'horizon, les trois types de lignes horaires coïncident. Lorsque le pôle est au zénith, la seconde sorte ou l'horizontale, et la troisième sorte où les lignes horaires hectémoréales cessent d'exister, parce qu'alors l'horizon ne coupe aucun des parallèles sur les arcs diurnes et nocturnes.

Exprimons algébriquement quelques propriétés mentionnées ci-dessus. Posons x l'abscisse prise sur le méridien HM , et l'ordonnée y perpendiculaire au méridien, la projection centrale donne :

$$y = \sin\left(\frac{n}{6}s\right) \tan(\text{distance polaire de l'étoile})$$

$$x = \left\{ \cos\left(\frac{n}{6}s\right) - \cos(s) \right\} \tan(\text{distance polaire de l'étoile})$$

PH est $\cos s$: le cosinus de l'arc semi-diurne. PM est $\cos \frac{n}{6}s$: le cosinus de la partie fractionnaire de l'arc semi-diurne. MS est $\sin \frac{n}{6}s$: le sinus de la partie fractionnaire de l'arc semi-diurne. PS est $\tan(\text{distance polaire de l'étoile})$: la tangente de la distance polaire de l'étoile. n est l'un des nombres 1, 2, 3, 4, 5 ; on prend 5 pour la courbe qui contient la première et la onzième ligne hectémoréale ; 4 pour la seconde et la dixième, et ainsi de suite.

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin\left(\frac{n}{6}s\right)}{\cos\left(\frac{n}{6}s\right) - \cos(s)}$$

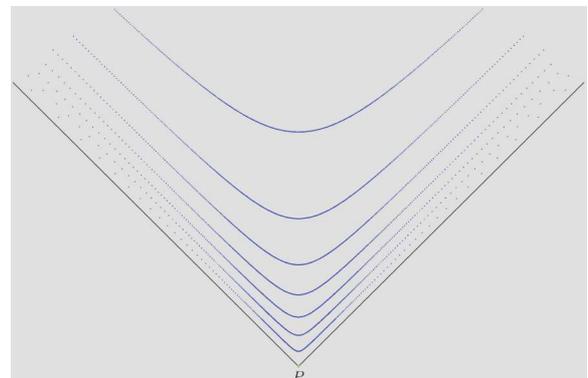
n n'est pas l'équation d'une ligne droite, excepté dans le cas où $\cos s = 0$, ce

qui correspond aux pôles de l'horizon lorsque les arcs semi-diurne sont tous de 90° .

$y = \sin\left(\frac{n}{6}s\right) \tan(\text{distance polaire de l'étoile})$; dans cette équation, lorsque le diamètre de description arrive en H , $\sin \frac{n}{6}s = 0$, c'est-à-dire lorsque la courbe coupe l'axe des abscisses en H et lorsque le diamètre de description passe en avant, le signe de $\frac{n}{6}s$ est modifié, exprimant qu'il y a 2 branches semblables et égales sur chacun des côtés de l'axe des abscisses.

$\cos \frac{n}{6}s$ n'a qu'une seule valeur, parce que $\frac{n}{6}s$ n'est jamais plus grand que 90° , et son cosinus, donc, ne devient pas égal à 0, comme il doit le faire avant que son signe ne change.

Si une projection centrale de n'importe quelle ligne horaire hectémoréale du matin et de l'après midi, équidistante du méridien, est dessinée pour différentes hauteurs du pôle, on verra que ces deux lignes hectémoréales forment pour chaque hauteur du pôle une branche curviligne équicrurale, incluant dans cela les lignes hectémoréales correspondantes pour une haute



toutes les hectémories sur la sphère céleste ; il a pour déclinaison $-(90^\circ - \varphi)$, soit ici $-23^\circ 26'$ (ce point est noté $66^\circ 30'$ sur la figure 1, planche II). Il faut noter que ce point n'est pas le même que celui considéré par Cadell ($90^\circ - \varphi$), parce qu'il prend pour l'arc semi-diurne s la formule : $\cos s = \tan \varphi \tan \delta$ et se place donc délibérément sur la sphère creuse (particularité reprise par TS Davies qui prolongea mathématiquement le travail de Cadell), c'est ce qui explique pourquoi il considère le plan tangent au pôle nord, et nous le contraire en restant sur la sphère céleste.

* *NdT.* : le sinus verse est une fonction trigonométrique peu utilisée de nos jours. Elle est généralement notée « versin » et est définie comme : $\text{versin}(\theta) = 1 - \cos(\theta)$.

latitude, et ayant comme asymptotes deux lignes horaires astronomiques. La paire de lignes hectémoréales coïncide avec ces asymptotes lorsque les pôles sont sur l'horizon. La figure^c ci-contre représente les courbes équicrurales formées par la troisième ligne horaire hectémoréale et par la neuvième, qui est la branche de l'après-midi équidistante du méridien.

Les courbes sont dessinées tous les 10 degrés de latitude, de 30° à 70° inclus ; les asymptotes rectilignes contenant ces courbes, sont la neuvième et la cinquième ligne horaire astronomique comptée depuis minuit.

A partir de la figure 1, il est relevé que les asymptotes de chaque hectémorie sont comme ce qui suit :

La branche curviligne équicrurale, formé par les lignes hectémoréales,	a pour asymptote les lignes horaires astronomiques, comptées depuis minuit,	laquelle a un angle de
La première A, et la onzième IA,	VII. et XVII.	150°
La seconde B, et la dixième I,	VIII. et XVI.	120°
La troisième Γ, et la neuvième Θ,	IX. et XV.	90°
La quatrième Δ, et la huitième H,	X. et XIV.	60°
La cinquième E, et la septième Z,	XI. et XIII.	30°

La figure 1 représente les parties jour des lignes hectémoréales qui sont tangentes au plus grand parallèle invisible de la latitude de 66°30'; elles sont les parties de l'hiver. Afin de tracer les parties qui sont tangentes au plus grand parallèle visible, ou les parties d'été, la projection se fait sur le plan tangent à la sphère au pôle inférieur ; cette projection est visualisée en figure 2, qui contient les portions de courbe, chacune d'elle étant semblable et égale à la courbe de la même heure dans la figure 1, mais placé différemment. Cela forme un cadran equinoxial supérieur pour 66°30' de latitude, lorsqu'il est placé parallèle à l'équateur, avec la face gravée au-dessus et avec le point XXIV au-dessus.

Aussi étendu que soit le plan de projection tangent à la sphère au pôle, il ne contiendra pas les parties des lignes hectémoréales qui sont proches de l'équateur. Pour les avoir, le plan de projection est pris perpendiculaire à l'équateur et est tangent à la sphère à l'intersection inférieure du méridien et de l'équateur. Cette projection, qui est dessinée en figure 3, contient quelques lignes hectémoréales depuis leur point de contact avec le grand parallèle visible. Cela forme un cadran pour la latitude de 66°30' lorsqu'il est placé parallèle au plan de la sixième ligne horaire astronomique.

Les lignes alors dessinées sur le dessus du plan de projection sont courbes ; par conséquent elle ne sont pas les projections de grands cercles ; ni non plus les projections de petits cercles, ou si elles l'étaient, elles doivent nécessairement toucher l'horizon aux intersections avec la partie jour du méridien, parce qu'en ce point les lignes hectémoréales convergent, et ne vont pas de l'autre côté de l'horizon. Maintenant, si les petits cercles ainsi placés sont dessinés sur la sphère ou projetés sur un plan, il se trouvera que leur course dévie entièrement de celle suivie par les lignes hectémoréales. Les lignes hectémoréales, cependant, ne coïncident pas avec les petits cercles de la sphère, ni avec les sections coniques de la projection centrale.

Les projections exposées ci-dessus montrent que chaque paire de ligne hectémoréale pour un méridien et une latitude donnés, est une courbe équicrurale ; mais c'est seulement une branche d'une courbe entière, parce que le diamètre dont l'extrémité a tracé une paire de ces lignes sur la surface de la sphère doit encore compléter sa révolution, ce qui se réalise lorsque qu'il est arrivé par un mouvement régulier et continu au point de départ. Afin d'accomplir cela avec la même sorte de mouvement qui a décrit la première branche, les extrémités du diamètre quittent les deux parallèles qui touchent l'horizon, et on fait en sorte de couper la même partie aliquote de l'arc

^c *NdT.* : Cette figure est aussi une reconstitution à partir de la projection centrale de la sphère sur le plan tangent au pôle, en faisant varier la latitude de 10 en 10 degrés jusqu'à 70 degrés inclus, pour la IIIe ligne hectémoréale (au lieu de 30° à 70° initialement prévu par Cadell).

semi-diurne amenant à ce second point de départ, comme ce qui a été fait à partir des arcs semi-diurnes du premier point de départ ; le second point de départ doit être considéré au point midi de l'horizon sur le côté opposé sur l'équateur du premier. Les extrémités du diamètre, après avoir de cette façon passé plusieurs fois entre le plus grand parallèle invisible et visible, et après avoir effectué une ou plusieurs circonférences, atteignent précisément les deux points opposés sur lesquels ils sont partis, et forme deux courbes opposées sur la surface de la sphère, et ensuite, dans des révolutions conséquentes, les extrémités des diamètres retracent seulement les lignes qu'ils avaient tracés dans leur première révolution. La nature de ce mouvement est tel que les points décrit ne peuvent pas aller en-dessous des deux parallèles qui touchent l'horizon parce qu'il n'y a pas d'arc semi-diurne en-dessous de ces parallèles, et parce que la constitution des lignes hectémoréales est telle qu'elles découpent les arcs semi-diurnes.

Tandis que l'extrémité du diamètre trace sur la surface de la sphère deux courbes rentrantes, le diamètre lui-même décrit deux surfaces courbées opposées, dont le sommet est le centre de la sphère. Ces deux surfaces opposées coïncident avec une droite passant par le sommet, mais ne coïncident pas avec une droite dans une autre direction. A cet égard, elles ressemblent à une surface conique, et elles peuvent être considérées comme une sorte de cône opposé avec une surface ondulée, comprises entre les deux surfaces extérieures de deux cônes à base circulaire tangent à l'horizon ; le sommet de chaque ondulation étant appliqué alternativement sur l'un et l'autre de ces cônes droit à base circulaire, et comme le sommet de tous ces cônes est le centre de la sphère, chaque cône ondulé opposé possède deux bases semblables et égales où sections droites, l'une au-dessus du centre de la sphère, l'autre en-dessous. Chacune de ces bases est une courbe non fermée composé de plusieurs branches équicrurales, chacune ayant pour asymptote deux droites qui coupe l'axe ; ces deux sections droites s'étendent indéfiniment ; et les branches bicrurales d'une section droite sont alternativement placées par rapport aux branches des autres sections droites.

Le cône ondulé appartenant à l'une des cinq lignes hectémoréales est différent des autres cônes ondulés. Les bases supérieures sont représentées dans les figures 4, 5, 6, 7 et 8, et dessinées selon les lois de la projection centrale sur un plan parallèle à l'équateur pour une latitude de $66^{\circ}30'$. Les lignes en trait plein sont la base supérieure d'un ou de deux cônes ondulés opposés ; les lignes en pointillés sont la base supérieure d'un autre cône ondulé opposé. Ces bases ou ces sections droites sont chacune composée d'une paire de lignes hectémoréales pour une latitude donnée, formant une branche équicrurale, et une paire semblable et égale pour d'autres points sur le même parallèle de latitude et sur le parallèle opposé.

La figure 9 permet de visualiser l'image d'un de ces cônes ondulés. C'est une vue [hachurée] d'une des deux surfaces coniques opposées appartenant à la 3^e et 9^e ligne hectémoréale pour la latitude de $66^{\circ}30'$. Le point de vue est placé dans le plan de l'équateur, à deux diamètres du centre de la sphère.

Les sections du cône ondulé par une surface cylindrique circonscrite à l'équateur sont composées de mêmes branches ; elles sont complètes et rentrantes, tandis que les sections par un plan sont toujours incomplètes. Ces sections cylindriques se trouvent dans les figures 10, 11, 12, 13 et 14. La surface cylindrique est ici développée ; quand elle est rétablie sous sa forme cylindrique, la courbe inscrite est cyclique.

Lorsque le nombre de degrés entre les maximums supérieurs de chaque ondulation est un diviseur de 360, le cône ondulé est complété en une seule circonférence, parce qu'au commencement de la deuxième circonférence, le diamètre générateur reprend le chemin qu'il a pris la première fois ; c'est le cas des trois cônes ondulés qui contiennent la 3^e, 4^e et 5^e ligne hectémoréale, figures 6 et 12, figures 7 et 13 puis figures 8 et 14.

Le nombre de degrés entre les méridiens de deux extrémums supérieurs adjacents, est égal à deux fois la distance entre les deux côtés adjacents de chaque ondulation mesuré sur l'équateur, ou à quatre fois la distance du point équatorial à la ligne hectémoréale mesuré depuis le méridien sur l'équateur.

Lorsque le nombre de degrés entre les méridiens de deux maximums supérieurs n'est pas un diviseur de 360, mais un multiple de 360, la révolution est complétée en autant de circonférence que ce multiple ; parce que le diamètre de traçage ne retrouve pas son ancien chemin avant qu'il n'ait décrit ce nombre de circonférence. Le cône ondulé qui contient la deuxième et la dixième ligne hectémoréale a un intervalle de 16 heures équinoxiales, ou 240° entre les maximums supérieurs adjacents ; le diamètre de traçage complète ces révolutions, et retourne au point de départ à la fin de deux circonférences ou 720° ; le nombre de maximums supérieurs étant de 3, qui, multiplié par 240 est égal à 360×2 ; c'est ce que montrent les figures 5 et 11.

Le cône ondulé qui contient la cinquième et la onzième ligne hectémoréale, en figure 4 et 10, a un intervalle de 20 heures équinoxiales, ou 300° entre les maximums supérieurs des ondulations ; le diamètre générateur doit faire cinq circonférences avant de revenir sur son point de départ, parce que 300 multiplié par 6, qui est le nombre de maximums supérieurs, est égal à 360×5.

Les caractéristiques de chaque cône ondulé en fonction du nombre d'ondulations et de circonférences sont les suivantes :

Le cône ondulé contenant les lignes hectémoréales	Intervalle entre deux maximums adjacents supérieurs		Le nombre de sommets est :	Le nombre de circonférences pour lequel la révolution est complète est :
	En degré	En heures équinoxiales		
La première A, et la onzième IA,	300	20	6	5
La seconde B, et la dixième I,	240	16	3	2
La troisième Γ, et la neuvième Θ,	180	12	2	1
La quatrième Δ, et la huitième H,	120	8	3	1
La cinquième E, et la septième Z,	60	4	6	1

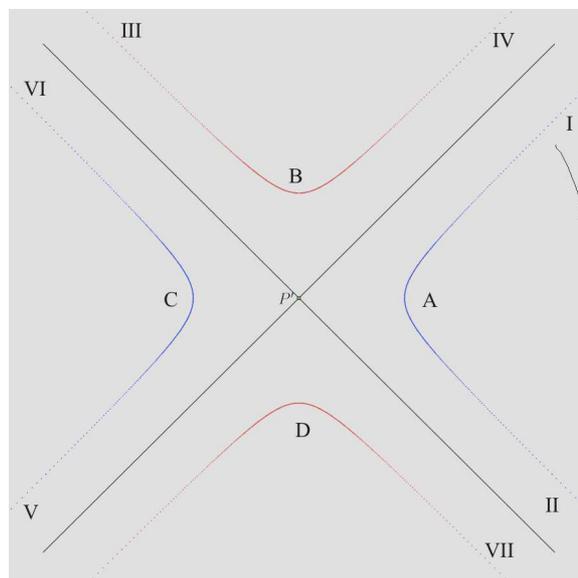
Quatre des cinq cônes ondulés opposés et semblables, sont formé par le demi diamètre générateur ; mais dans ce cône ondulé qui contient la quatrième ligne hectémoréale Δ et la hauteur H, les deux cônes ondulés opposés coïncident en un seul, comme on peut le voir dans les figures 7 et 13.

La formule algébrique exprime les différentes branches de la section droite du cône ondulé, par le changement de signe de *tan distance polaire* dans les valeurs de *x* et *y* ;

$$x = \left\{ \cos\left(\frac{n}{6} s\right) - \cos(s) \right\} \tan(\text{distance polaire})$$

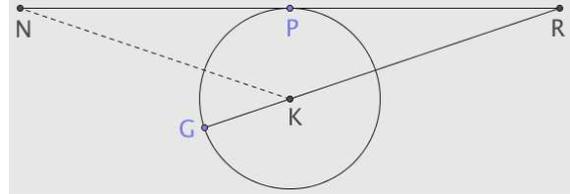
$$y = \sin\left(\frac{n}{6} s\right) \cdot \tan(\text{distance polaire})$$

Par exemple, dans la section droite du cône ondulé contenant la troisième et la neuvième ligne hectémoréale, les rayons depuis le centre *P* sont = *tan distance polaire*, et les coordonnées sont affectées par cette quantité. Si le diamètre générateur *GKR* se déplace dans la direction de la flèche, depuis I, il décrira la branche curviligne *A* et *tan distance polaire* est positif avant que le diamètre générateur ne vienne à la situation II, où il est infini. Si sa révolution se poursuit, il réapparaît en III, de l'autre côté du centre avec un signe négatif, et donne la branche curviligne *B* ; en IV il est à nouveau infini, et réapparaît positif en V, formant la branche curviligne *C* ; en VI il est infini ; et en VII il devient négatif et forme la



branche D ; il devient alors positif en I , et revient sur son ancien tracé. Le fait que le changement de signe a lieu est évident, en considérant que pendant que le diamètre se déplace dans la direction de la flèche, il a un autre mouvement à angle droit sur le plan de projection ; NPR est la section de ce plan, GKR est le diamètre générateur ; et ensuite dans la position GKR , $\tan \text{distance polaire} = PR$, et est positif ; lorsque GK est parallèle à PR , $\tan \text{distance polaire}$ est infini. Si le mouvement dans ce plan est continu, $\tan \text{distance polaire}$ passe de l'autre côté de P , comme en PN , et il est affecté du signe contraire.

La plupart des auteurs qui ont parlé des lignes hectémoréales les ont considérés comme des grands cercles parce que leur arc intertropical, à une hauteur modérée du pôle, coïncide sensiblement avec un grand cercle ; et c'est ce cas que les auteurs ont dû prendre en considération lors



de la projection gnomonique des lignes hectémoréales pour le climat de la Grèce ou de l'Italie. Les écrits d'un nombre considérable d'auteurs sur ce sujet ont été consultés, et tous prennent les lignes hectémoréales comme de grands cercles, excepté CLAVIUS et MONTUCLA. CLAVIUS démontre que les lignes horaires antiques ne coïncident pas avec des grands cercles, et MONTUCLA fait simplement état, mais sans discussion, qu'elles sont des courbes d'une nature particulière²).

Il a été démontré ci-dessus, principalement au moyen de la projection sur un plan tangent au pôle de la sphère, que les lignes horaires hectémoréales sur la sphère oblique ne sont pas des grands cercles ; et parce que le diamètre générateur, afin de former une surface uniforme et continue, doit se déplacer pendant une révolution entière avec le mouvement qu'il avait au commencement de sa course, doit être toujours compris entre deux parallèles tangent à l'horizon, on en conclut que la surface courbe dont les sections contiennent les lignes hectémoréales, est une sorte de surface conique ondulée ; et que les sections droites de la surface sont deux bases infinies disjointes, une de chaque côté du centre du cône ondulé. Cette section, perpendiculaire à l'axe, est formée de plusieurs branches bicurales, variant en nombre selon le cône des différentes lignes hectémoréales.

Sur les instruments gnomoniques des Anciens

L'objet des précédentes pages a été de traiter des courbes qui appartiennent aux lignes hectémoréales. Comme annexe, il ne peut pas être incorrect d'énumérer certains des restes d'art qui contiennent les lignes horaires antiques ; pour ces lignes horaires ce sont les parties intertropicales des lignes hectémoréales. Il existe plusieurs exemples de ces instruments gnomoniques.

Les premiers à être désignés et les plus parfaits, sont les huit cadrans solaires sur la Tour d'Andronicus Cyrrestes à Athènes. Ils semblent avoir été construits en même temps que le

² Les extraits de CLAVIUS et MONTUCLA sont les suivants :

CLAVIUS, *Astrolabium*, lib. I, Lemma 39. "Circuli maximi transeunt per horas inaequales Aequatoris, et duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas inaequales parallelorum intermediorum transeunt in sphaera obliqua". Il en donne la démonstration, et conclut, dans le scholium, que pour tracer les heures antiques avec une exactitude stricte, on doit diviser en six parties un nombre considérable d'arcs semi-diurnes, et relier les points de division correspondants.

MONTUCLA, *Hist. des Math.*, tome I, édition de 1758 : "Les lignes de ces sortes d'heures [les heures antiques] ne sont point droites comme les précédentes, mais courbes, et même d'une forme très bizarre ; de sorte qu'on ne peut les décrire qu'en déterminant plusieurs points de chacune ; la manière de les trouver se présentera facilement à tout géomètre ; c'est pourquoi nous ne nous y arrêtons pas".

La circonstance mentionnée au début de ce paragraphe à laquelle la note se réfère, a amené le célèbre et profond astronome DELAMBRE à contester l'opinion de Montucla dans ces termes : "MONTUCLA dit, en parlant des heures temporaires antiques, qu'elles sont courbes, et même d'une forme très bizarre, &c. Hist. des Mathem., tome I. On ne conçoit pas comment une pareille inadvertance a pu échapper à un homme aussi instruit ; car si la surface est sphérique, ces lignes seront des grands cercles ; et si la surface est plane, elles seront des lignes droites, puisqu'elles sont les intersections des plans de ces grands cercles avec le plan du cadran." DELAMBRE, *sur un cadran antique trouvé à l'île de Délos, et par occasion de la gnomonique des anciens ; note lue à la classe des Sciences Physiques et Mathématiques de l'Institut Royal de France*, le 10 Octobre 1814.

bâtiment, et avoir fait partie de la conception originale, comme cela peut être déduit du soin avec lequel ils sont tracés et de la partie la plus grande du mur propre à recevoir les lignes. Cette tour est dénommée *Horloge* par VARRO, qui est née en 85 avant l'ère chrétienne ; elle est aussi mentionnée par VITRUVÉ. Les canaux et cavités cylindriques dans la chaussée soigneusement forgés, et la chambre cylindrique sur le côté sud, ont conduit à conjecturer qu'en plus de servir à montrer l'heure là où le soleil brillait sur elle, la tour a été créée pour contenir une machine, de genre clepsydre, en vertu de laquelle l'heure pourrait être connue à tout moment pour l'usage de la cité. Une autre destination de cette tour était d'indiquer la direction du vent. Chacun des huit cadrans est exposé sur un des huit principaux points équidistants de l'horizon ; deux des cadrans étant parallèles au plan du méridien. Les rayons des sphères à partir desquelles les cadrans sont projetés, varient ; la plus petite étant d'environ huit inch, et la plus grande d'environ 35 inch. Le bâtiment et les huit cadrans solaires sont représentés en détail dans les *Antiquités d'Athènes* de STUART.

Le second exemple de lignes gnomoniques des anciens se trouve dans la précieuse collection des antiquités d'Athènes rapportée par Lord Elgin. Elle est constituée de quatre cadrans verticaux, deux d'azimut pratiquement sud-est et deux d'azimut pratiquement sud-ouest. Ils sont inscrits dans un bloc de marbre blanc portant le nom du fabricant. Le rayon de la sphère génératrice est d'environ un inch et demi.

Le troisième exemple est la projection de lignes horaires antiques sur la surface intérieure d'un cône dont l'axe est parallèle à l'axe de la terre. Elle est d'Athènes et est signalée par STUART.

Le quatrième est un petit cadran est, sur un plan vertical, et décrit par DELAMBRE. Il a été trouvé à Délos. Le rayon est d'un demi-inch.

Le cinquième est de fabrication romaine, présenté par BOISSARD³). Il est composé de cinq cadrans sur la partie supérieure d'un bloc de marbre carré ; trois sur les faces verticales de ce bloc sont couvert d'un ancien calendrier agricole romain. De la même manière, le traité de PALLADIUS, *de Rustica*, qui est un ensemble de règles agricoles mensuelles, contient une table gnomonique, montrant la longueur de l'ombre d'un homme pour chaque mois et pour la latitude de l'Italie.

Quelques fragments de cadrans anciens ont aussi été publiés par GRAEVIUS⁴).

A l'exception de la table de PALLADIUS, les instruments mentionnés ci-dessus sont chacun fait pour un azimut invariable. Dans la description des Antiquités d'Herculanum⁵), il est représenté et expliqué un cadran dont l'azimut est variable en fonction de l'heure et pour différentes déclinaisons du soleil. Il est dessiné sur une surface irrégulière en bronze, et dont les déclinaisons sont marqués des noms des mois romains.

Les noms anciens des différents cadrans fixes et portables, avec leur inventeur, ont été donnés par VITRUVÉ.

Quelques aspects chronologiques de la première introduction d'instruments gnomoniques doit être recueilli auprès auteurs grecs et romains. Les anciens habitants de l'Égypte apparaissent avoir cultivé l'astronomie à l'époque avant les contes historiques les plus anciens ; et il ont dressé les monuments qualifiant leur pratique dans cette science dans la position méridienne précise des pyramides, les plus anciens travaux humains. Une partie de leur connaissance ont été diffusé à travers les Hébreux et les Babyloniens.

La science astronomique des Grecs était dérivée en partie des Égyptiens, et en partie des Babyloniens⁶). THALES⁷) a acquit les connaissances de l'astronomie et de la géométrie des prêtres Égyptiens, et a introduit ces sciences en Grèce. La projection gnomonique de la sphère est une branche de l'astronomie sphérique, et lorsqu'elle s'applique à montrer les parties de la journée, elle constitue le cadran solaire, instrument qui est supposé avoir été en usage aussitôt après

³ BOISSARDI *Antiquitates Romanae*.

⁴ GRAEVIUS, *Thesaurus Antiquitatum Romanarum*.

⁵ *Le Pitture antiche d'Erculano*, tome iii, Naples 1762.

⁶ HERODOTE.

⁷ DIOGÈNE LAERCE.

l'introduction de l'astronomie. Selon DIOGENE LAËRCE et PLINE, le premier instrument gnomonique qui apparaît en Grèce était construit par un disciple de THALES, environ 545 ans avant l'ère chrétienne et 115 ans avant la mort de PERICLES. SAUMAISE⁸) soutient que ces instruments étaient utilisés seulement par les astronomes, et que les cadrans solaires n'en arrivent à un usage général en Grèce que 200 ans après, c'est à dire peu de temps avant l'ère d'Alexandre.

Les Romains obtiennent leur premier cadran solaire d'une des villes grecques de Sicile⁹), 260 ans avant l'ère chrétienne ; et presque 100 plus tard, ils ne possèdent pas d'artistes connaissant les principes de l'instrument et qui pourraient en construire un pour la latitude de Rome.

Explications des figures.

Projection centrale des douze lignes horaires, figures 1 à 3.

Première figure. C'est la projection centrale ou la projection gnomonique des lignes hectémoréales ou lignes horaires antiques, sur le côté du plan tangent à la sphère au pôle de l'équateur. Celle-ci et toutes les autres figures sont dessinées pour la latitude 66°30'. Chaque ligne horaire antique est marquée dans son prolongement par une numération grecque.

Deuxième figure. C'est la projection centrale de la partie d'été de ces lignes sur l'intérieur d'un plan tangent à la sphère au pôle inférieur de l'équateur.

Le cercle placé entre la première et la deuxième figure est un grand cercle de la sphère à partir de laquelle toutes les projections de ces figures (excepté la neuvième) sont construites.

Troisième figure. C'est la projection centrale des lignes hectémoréales sur un plan tangent à la sphère à l'intersection inférieure du méridien et de l'équateur.

Sections des cinq cônes ondulés qui contiennent les lignes horaires antiques, par un plan perpendiculaire à l'axe, figures 4 à 8.

Quatrième figure. C'est la section perpendiculaire à l'axe de la surface conique ondulée qui contient la première ligne horaire antique A, et la onzième IA. Dans cette figure et dans les autres, les lignes pleines sont les sections d'un ou de deux cônes opposés, et les lignes pointillées sont les sections des autres cônes. La section du même cône ondulé par une surface cylindrique se trouve en figure 10.

Cinquième figure. C'est la section droite du cône ondulé qui contient la seconde ligne horaire antique B, et la dixième I. La section par une surface cylindrique, est montrée en figure 11.

Sixième figure. C'est la section droite du cône ondulé qui contient la troisième ligne horaire antique Γ , et la neuvième Θ . Sa section par une surface cylindrique, est montrée en figure 12. Une vue en perspective et hachurée de cette surface conique ondulée est en figure 9.

Septième figure. C'est la section droite du cône ondulé qui contient la quatrième ligne horaire antique Δ , et la huitième heure H ; la figure 13 est sa section par une surface cylindrique.

Huitième figure. C'est la section droite du cône ondulé qui contient la cinquième ligne horaire E, et a septième Z. La figure 14 est sa section par une surface cylindrique.

Perspective et vue ombrée d'une des surfaces en figure 9.

Neuvième figure. C'est une vue en perspective et ombrée de la surface conique ondulée qui contient la troisième ligne horaire antique Γ , et la neuvième Θ ; le point de vue est dans

⁸ SAUMASII, *Pliniana Exercitationes*.

⁹ Pline, *Hist. Naturalis*.

le plan de l'équateur, et la distance des yeux est à deux diamètres du centre de la sphère ; dans cette vue, seulement un des deux côtés opposés de la surface est dessiné. La section droite de ces cônes opposés se trouve en figure 6, et en figure 12, leur section par une surface cylindrique.

Sections par une surface cylindrique, des cinq surfaces coniques ondulées, figures 10 à 14.

Dixième figure. C'est la section du cône ondulé qui contient la première ligne horaire antique A, et la onzième IA, par une surface cylindrique tangente à l'équateur de la sphère. Pour éviter la complexité dans cette figure, la section de seulement un des deux cônes opposés est dessiné. La figure 4 est la section droite des deux surfaces opposées.

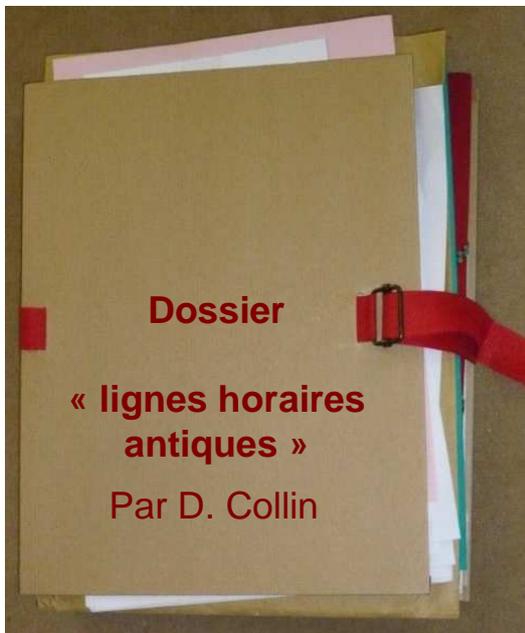
Onzième figure. C'est la section par une surface cylindrique, du cône ondulé qui contient la seconde ligne horaire antique B, et la dixième I. La ligne pleine est la section d'un des deux cônes opposés ; la ligne pointillée est la section de l'autre. La figure 5 est la section droite de cette surface.

Douzième figure. C'est la section par une surface cylindrique, des deux surfaces opposées qui contiennent la troisième ligne horaire antique Γ , et la neuvième Θ . Leur section droite est en figure 6 ; et une des deux surfaces opposées est représenté en perspective, et hachurée en figure 9.

Treizième figure. C'est la section par une surface cylindrique du cône ondulé qui contiennent la quatrième ligne horaire antique Δ , et la huitième H. Dans ce cône ondulé, les deux surfaces coniques opposées coïncide en une seule : il n'y a donc pas de lignes pointillées, ni sur cette figure, ni sur la septième, qui est la section droite de ce cône ondulé.

Quatorzième figure. C'est la section du cône ondulé contenant la cinquième ligne horaire antique E, et la septième Z, par une surface cylindrique. La huitième figure en est la section droite.

D. Collin Janvier 2010¹⁰



Avancement du dossier à octobre 2010

- Traductions d'articles ou de livres:

° Mémoire de T.S Davies : "Recherche sur le caractère géométrique des lignes horaires dans les cadrans solaires antiques par T.S. Davies, Esq. F.R.S.Ed. F.R.A.S. (Lu le 21 février 1831). Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume 12, p. 77-122, 1834": **Cadran-Info n° 21 de mai 2010:**

° Traduction de W.A Cadell: " Sur les lignes qui divisent chaque arc semi-diurne en six parties égales", Esq. F.R.S. Lond. & Edin. (Lu le 3 juin 1816). Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume VIII (1818), p 61-83: présent **Cadran-Info n° 22 d'octobre 2010**

¹⁰ Je tiens à remercier Mme Angela Nicholson, de la Société Royale d'Edinbourg, pour m'avoir fourni, outre le texte original, des photocopies de qualité des planches II et III de l'article de Cadell.

[The Royal Society of Edinburgh, 22-26 George Street, Edinburgh, EH2 2PQ. The Royal Society of Edinburgh, Scotland's National Academy, is Scottish Charity No. SC000470].

- Commentaires sur l'article de T.S.Davies

Commentaires, analyses et supplément sur l'article de Davies. Etude réalisée par D. Collin d'une trentaine de pages : prévu dans **Cadran-Info n° 23 de mai 2011:**

- Synthèse

° Un résumé des recherches effectuées par D. Collin sur les heures antiques est prévu dans un numéro spécial de la revue **Observations & Travaux** consacré aux cadrans solaires et qui devrait paraître vers **octobre/novembre 2010.**

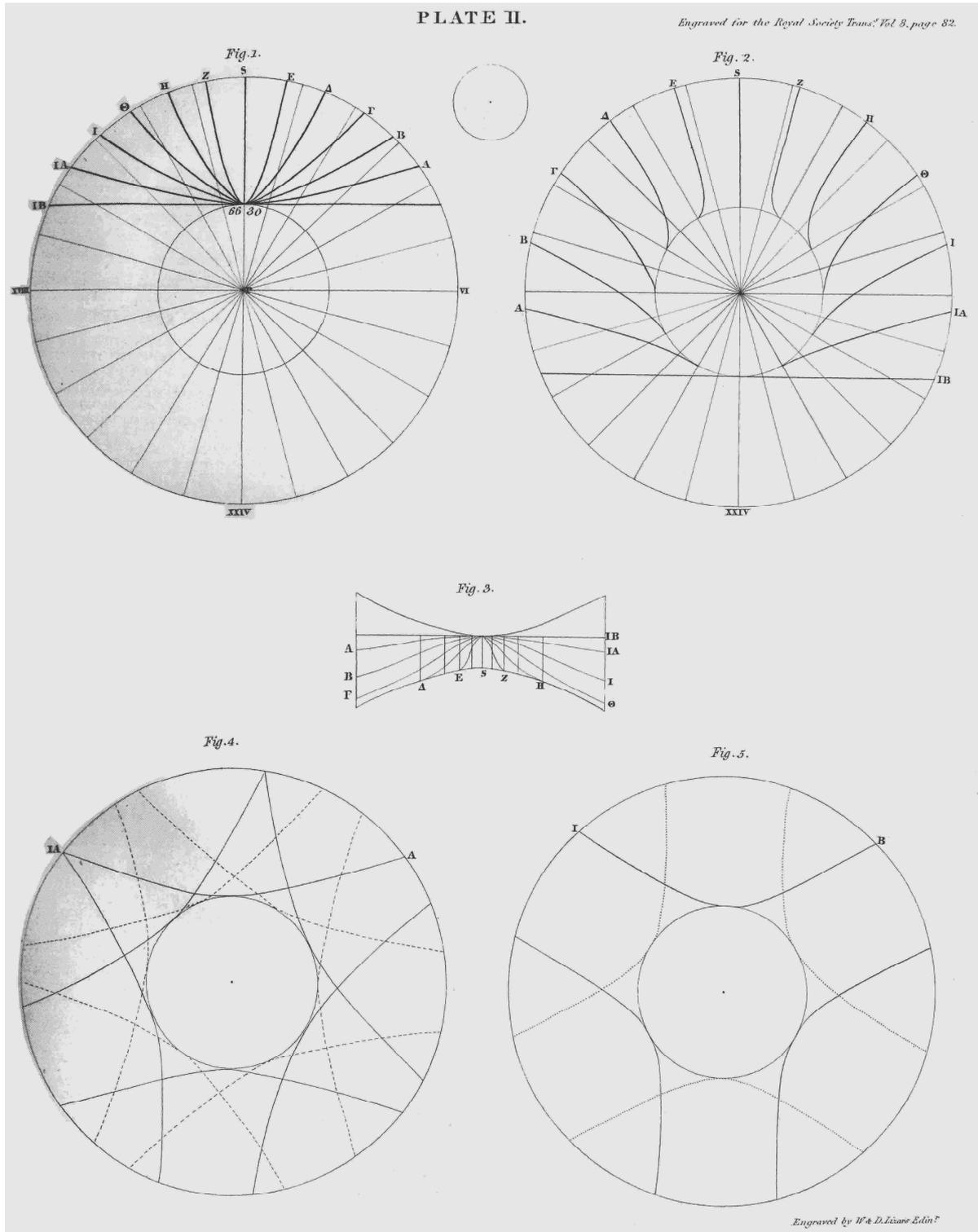
- Compilation des références

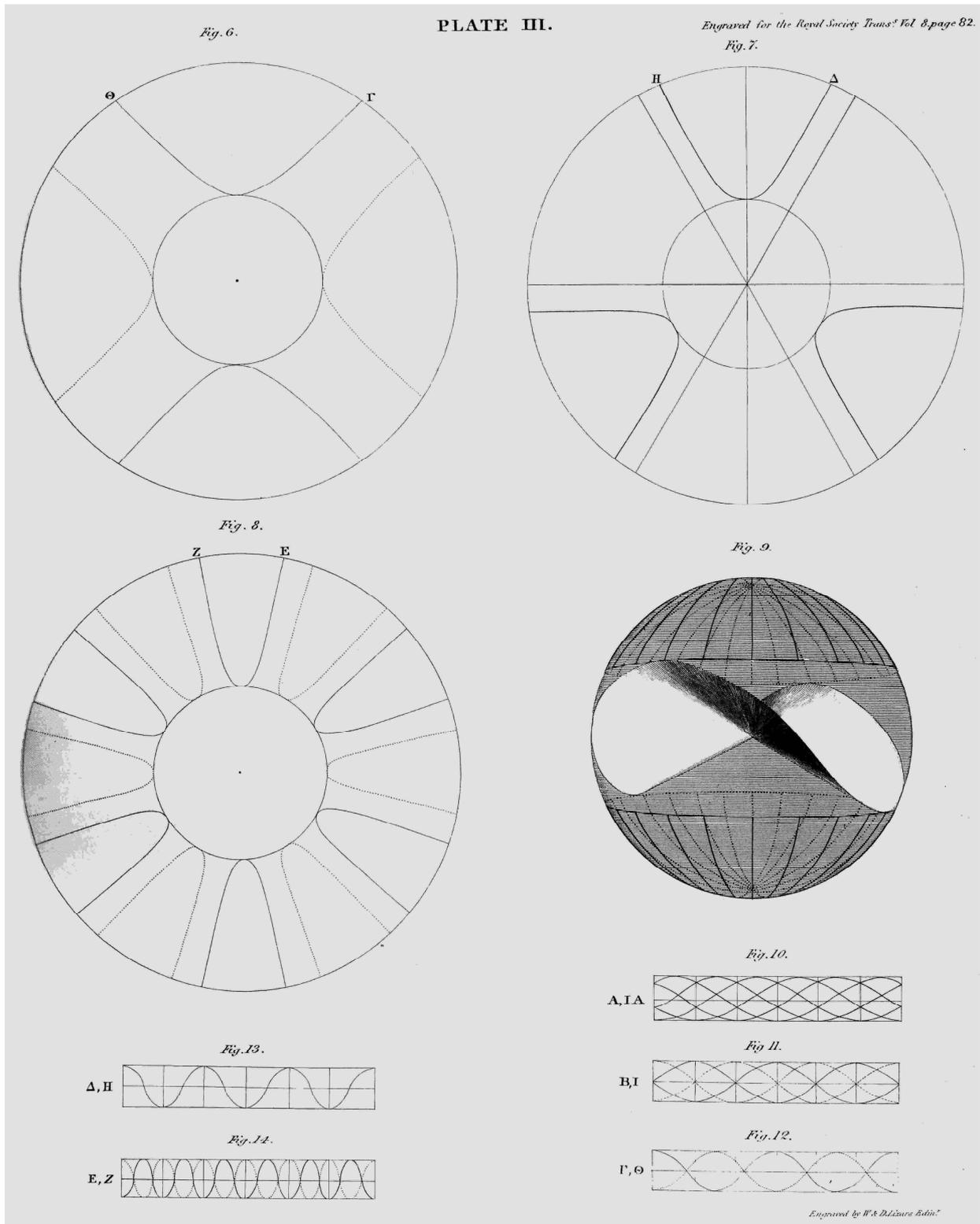
Liste des auteurs et des ouvrages cités en référence dans les articles de Davies, Cadell, Michnik, et Drecker".

Auteur	Titre	Référence
CADELL WA	Transactions of the Royal Society of Edinburgh Volume VIII (1818)	- WA CADELL_Transactions_of_the_Royal_Society_of_Edinburgh_Vol VIII_1818 - WA CADELL_Plate II_Fig_1-5 et WA CADELL_Plate III_Fig_6-12
CLAVIUS Christophe	Astrolabium (1593)	Chr.CLAVIUS_Astrolabium_001-821.pdf
CLAVIUS Christophe	Gnomonices (1581)	Chr.CLAVIUS_Gnomonices_001-654. pdf
DAVIES Thomas Stephen	Transactions of the Royal Society of Edinburgh Volume XII (1834)	Transactions_of_the_Royal_Society_of_Edinburgh-Vol XII_p77-123.pdf
DELAMBRE Jean-Baptiste Joseph	Histoire de l'Astronomie Ancienne (1817)	Histoire_de_l'Astronomie_Ancienne_Tome II_1817.pdf
DELAMBRE Jean-Baptiste Joseph	Mémoire Classe des Sciences Mathématiques et Physiques de L'institut de France (1813-1814-1815)	Mémoire_Classe_des_Sciences_Mathématiques_et_Physiques_de_L'institut_de_France_1813-1814-1815_ppXXIX-XXXIX.pdf
DRECKER Joseph	Theorie der Sonnenuhren; chapitre II Allgemeine natur der stundenlinien (1925)	- Chapitre II-page 12-21_J.Drecker (1925).doc - Joseph Drecker_1925_Chapitre.pdf - IMG_0817 et IMG_0818
LORIA Gino	Courbes Spéciales planes Algébriques et Transcendantes (1902)	Courbes Spéciales planes Algébriques et Transcendantes_1902.pdf
LORIA Gino	Spezielle Algebraische und Transzendente (1911)	Gino Loria_Spezielle Algebraische und Transzendente_1911.pdf
MAIGNAN Emmanuel	Perspectiva Horaria (1648)	E.MAIGNAN_Perspectiva Horaria (1648)_001-834.pdf
MICHNICK Hugo	Beitrage zur der Sonnenuhren (1914)	H Michnik (1914)_Beitrage zur der Sonnenuhren.pdf
MILLIET Claude François	Cursus Mundus Mathematicus (1674) Tome III	Claude Francois Milliet DECHALES_Cursus Mundus Mathematicus (1674)_TomeIII.pdf
MONTUCLA Jean-François	Histoire des mathématiques (AnVII)	Montucla_Tome1_1-762.pdf
NOLEAU M	Les antiquités d'Athènes et autres monuments grecs d'après les mesures de Staurt et Revett	Les_antiquités_d_Athènes_et_autres_monuments_grecs.pdf

SEDILLOT Louis Amédé	Mémoire sur les Instruments Astronomiques des Arabes (1844)	Mémoire sur les Instruments Astronomiques des Arabes (1844).pdf
SEDILLOTT JJ	Traité des Instruments Astronomiques des Arabes (1835)	Traité_des_Instruments_Astronomiques_des_Arabes_J.J.SEDILLOT (1835).pdf

Exceptés J. Drecker et H. Michnik, tous les ouvrages mentionnés ci-dessus ont été téléchargés par D. Collin à partir de différents sites web. Un DVD de ces livres numérisés peut être adressé (prix d'un DVD vierge + frais d'envoi)





⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

- Les figures et schémas issus du livre de Cadell, dossier: "figures_Cadell"
- Une reconstitution en 3D de la planche 2 et des figures pages 64; 66; 72.



Hhafirs et cadrans boussoles

Par Pierre Joseph Dallet

Ces deux cadrans sont actuellement à la mode, alors nous en parlons un peu. Le but de ce texte sera d'expliquer ce que sont les cadrans nommés « hafafirs » et ce que sont les cadrans dits « auto-orientables » ou « cadrans boussole ». Ces deux dernières dénominations sont peu satisfaisantes : ces cadrans ne s'orientent pas sans intervention humaine et on cherche le méridien géographique et non le Nord magnétique.

Nous allons devoir reprendre et exposer une vision générale de tous les cadrans de la gnomonique : il ne semble pas possible de procéder autrement.

Le point de départ de l'étude générale des cadrans découle de leur classification en quatre « Grands groupes ». Il semble indispensable de comprendre préalablement comment il est possible de classer méthodiquement tous les cadrans solaires.

Avertissement :

Certains algorithmes ou formules sont écrit en code VBA (Visual Basic pour application). C'est volontaire, de manière à éviter les erreurs qui se forment toujours en cas de transcription en formules conventionnelles. Les personnes qui en ont besoin peuvent les utiliser par de copier / coller. Les non programmeurs n'en n'auront probablement pas besoin.

Les significations de variables sont les suivantes :

aH	Angle horaire : 0° midi, 15° une heure après midi, etc.
De	Déclinaison : 0° équateur céleste, 90° pôle céleste NORD...
ha	Hauteur : 0° Horizon, 90° zénith.
Al	Almicantarats : 0° Horizon, 90° zénith.
Az	Azimut : 0° SUD, 90° OUEST, etc.
Phi	Latitude géographique, négative à l'EST de Greenwich
*	Signe de la multiplication.

Lettre D aux fonctions trigonométriques : angles en degrés.

Comment classer les cadrans solaires méthodiquement.

La première disposition à prendre est de dénommer les subdivisions. Pour cela il faut des mots, si vous voulez bien nous adopterons les noms des ensembles utilisés en histoire naturelle.

Le fait que, dans cette classification, les groupes portent des noms, la différence des autres ; c'est probablement la seule différence importante. Elle est très efficace, compatible avec l'automatisation générale des tracés de graphismes des cadrans solaires. Les graphismes qu'elle permet sortent à l'imprimante en 2D, même si ce sont des fuseaux pour surface courbes.

Ces mots seront : Embranchements, classe, ordre, famille, genre, et enfin des mots propres à la gnomonique : type, déclinaison gnomonique, inclinaison gnomonique.

Embranchements ou « Grands groupes »

Le point de départ de la classification consiste à classer les cadrans selon les angles du triangle de position qui permettent de déterminer l'angle horaire. (Pour plus de détails voir les ouvrages de Denis SAVOIE, en particulier « La Gnomonique », pp. 27-30)

La classification des cadrans en Grand groupes n'est pas dogmatique, elle est à démontrer, à discuter. Il peut arriver qu'un cadran soit aussi bien classable dans un « grand groupe » que dans un autre.

On identifie, ainsi, quatre « grands groupes » :

1°) Le grand groupe des cadrans d'angle horaires

Le grand groupe des cadrans d'angle horaires correspondant à des cadrans mesurant directement l'angle horaire du Soleil. Exemple : tous les cadrans constructibles par épure, avec un cadran équatorial rabattu. L'angle horaire se mesure sur la sphère des fixes, sur l'équateur céleste en degrés, à partir du méridien supérieur local. Ils procurent l'heure à partir de l'angle horaire, la déclinaison et la latitude géographique.

2°) Le grand groupe des cadrans de hauteurs

Ce sont des cadrans qui procurent l'heure à partir de l'angle hauteur du Soleil (h), de la latitude géographique (Phi) du lieu pour lequel ils sont calculés, de la déclinaison du Soleil (De) à l'instant de l'observation. Les cadrans de hauteur ont des graphismes et des dispositifs de capture des coordonnées du Soleil conçus pour n'utiliser que la hauteur du Soleil. C'est le caractère distinctif de ce « grand groupe" de cadrans.

Pour cette dernière valeur, les cadrans de hauteur comportent des lignes permettant de savoir où l'heure doit être lue.

Cette manière de procurer l'heure correspond à une formule de trigonométrie sphérique. Pour permettre de bien comprendre ce que cela signifie voici l'algorithme utilisé dans AlgoSola permettant le calcul de l'angle horaire à partir de la hauteur du Soleil :

(Algorithme 1)

aH est l'angle horaire il est négatif avant midi, positif après midi.

*NF = sinD(ha) - sin(Phi) * sin(De)*

*DF = cos(Phi) * cos(De)*

Pour éviter une division par zéro :

If DF = 0 Then DF = 0.000000001

Co = NF / DF

Cas du Soleil circumpolaire ou toujours au dessous de l'horizon :

*If Abs(Co) > 1 Then Co = 1 * Sgn(Co)*

aH = Arc-cos(Co)

Les algorithmes sont donnés en Visual Basic pour application de manière à être utilisables par des copier /Coller.

Nous rappelons que l'angle h, hauteur d'un astre est l'angle vu par un observateur terrestre entre l'horizon, par exemple limite mer / ciel, si l'on est sur une plage, et le centre de l'astre. Cet angle doit être corrigé de la réfraction atmosphérique pour être utilisable pour calculer l'angle horaire.

La formule qui permet les tracés sur les cadrans solaires est :

$$\sin(ha) = \sin(\Phi) * \sin(De) + \cos(\Phi) * \cos(De) * \cos(aH)$$

3°) Le grand groupe des cadrans d'azimut

Ils procurent l'heure à partir de l'angle azimut du Soleil (Az), de la latitude géographique (Phi) du lieu pour lequel ils sont calculés, de la déclinaison du Soleil (De) à l'instant de l'observation. Les cadrans d'azimut ont des graphismes et des dispositifs de capture des coordonnées du Soleil conçus pour n'utiliser que l'azimut du Soleil. C'est le caractère distinctif de ce « grand groupe » de cadrans.

L'algorithme permettant le calcul de l'angle horaire aH en fonction de l'azimut Az, de la déclinaison De, et de la latitude Phi est :

(Algorithme 2)

If Phi = 0 Then Phi = 0.0000000000000001

If cosD(Az) = 0 Then Az = Az + 0.0000000000000001

‘ M étant une variable accessoire :

$M = \sin D(\text{Phi}) * \sin D(\text{Az}) / \cos D(\text{Az})$

$M = \text{atn} D(M)$

$\text{Si} = \tan D(\text{De}) * \sin D(M) * \cos D(\text{Phi}) / \sin D(\text{Phi})$

$A1 = A \sin D(\text{Si})$

$aH = M - A1$

‘ Arrondi à 8 décimales

$aH = \text{ArNu}(aH, 8)$

La formule qui permet de tracer les graphismes des cadrans solaires d’azimut est :

$$\tan(\text{Az}) = \sin(aH) / (\cos(aH) * \sin(\text{Phi}) - \tan(\text{De}) * \cos(\text{Phi}))$$

4°) Le « grand groupe » des cadrans indépendants de la latitude :

Ils procurent l’heure à partir de l’angle azimut du Soleil (Az), l’angle hauteur du Soleil (h), de la déclinaison du Soleil (De) à l’instant de l’observation Ce cadran est une construction géométrique de la formule de trigonométrie sphérique :

$$\sin(aH) * \cos(De) = \cos(ha) * \sin(Az)$$

Ce cadran est le seul ne nécessitant pas la latitude géographique, d’où le nom du groupe.

Les embranchements des cadrans solaires sont subdivisés en des sous ensembles dénommés :

Classe : les formes des surfaces des volumes géométriques : Ligne droite (il existe un cadran), plan, cylindre, cône, sphérique, formes géométriques peu connue (Ex. : tore). À préciser, sans forme géométrique définie.

Ordre : Précisions sur la face de la surface : Ex : cavité ou convexité d’une sphère.

Famille : Nous les énumérerons un peu plus bas, elles sont définies à partir des « grands groupes », de la forme de leur « capteur de coordonnées du Soleil » et des formes de leurs graphismes de temps vrai.

Genre Subdivision des familles incluant des cadrans dont les graphismes se calculent tous par le mêmes algorithme Ex. : plan à style polaire, bergers.

Type : Exemple précis : ex. Scaphé de Carthage.

Inclinaison et déclinaison gnomonique : Ce sont des paramètres de position. Ex. : vertical occidental.

Selon cette suggestion de classification les familles seraient :

Famille n°1 : A styles polaires, l’ombre du style couvre les lignes de temps vrai.

Grand groupe : d’angle horaire, de déclinaison et de latitude.

Pour tracer ces cadrans seuls l’angle horaire et la latitude sont nécessaires

Le style est une fine tige parallèle à l’axe de la Terre. Il capte l’angle horaire.

Les lignes de temps vrai sont les traces d’intersection de plans horaires et de la surface du cadran.

Famille n°2 : A style ponctuel. (Style polaire réduit à un point.)

Grand groupe : d’angle horaire, de déclinaison et de latitude.

Pour tracer ces cadrans l’angle horaire, la latitude et la déclinaison du Soleil sont nécessaires

Le style est un point porté par n’importe quoi ou un œilleton. Il capte l’angle horaire et la déclinaison.

Les lignes de temps vrai sont les traces d’intersection de plans horaires et de la surface du cadran.

Famille n°3 : Bifilaires.

Grand groupe : d'angle horaire, de déclinaison et de latitude.

Pour tracer ces cadrans l'angle horaire, la latitude et la déclinaison du Soleil sont nécessaires.

Capteur de coordonnées du Soleil composé de deux fils non en contact. Ils captent l'azimut et la hauteur dans le cas le plus simple.

Les lignes de temps vrai sont des droites sur les cadrans plans.

Famille n°4 : Analemmites, style rectiligne, mobile. Heure par points sur une ellipse.

Le graphisme d'une heure est un point, donc donné par un point d'objet porte-ombre, non un style entier.

Nous dirons à quel(s) grand(s) groupe(s) appartient ce cadran à la fin de la description de cette famille.

Pour tracer ces cadrans l'angle horaire, la latitude et la déclinaison du Soleil sont utilisées.

Le capteur de coordonnées du Soleil est un point du style rectiligne mobile.

Le tracé se fait le plus souvent par la triple projection :

- Le contour d'un cadran équatorial, ce qui donne l'ellipse porteuse des points horaires.
- Des extrémités des lignes de cet équatorial qui sont les points horaires.
- Du point P du style mobile qui porte ombre sur les extrémités des lignes de l'équatorial »,

Le point P de ce style mobile capte directement l'angle horaire.

Le point P est le point d'intersection du « style rectiligne mobile de l'analemmitique » et du « style polaire de l'équatorial »

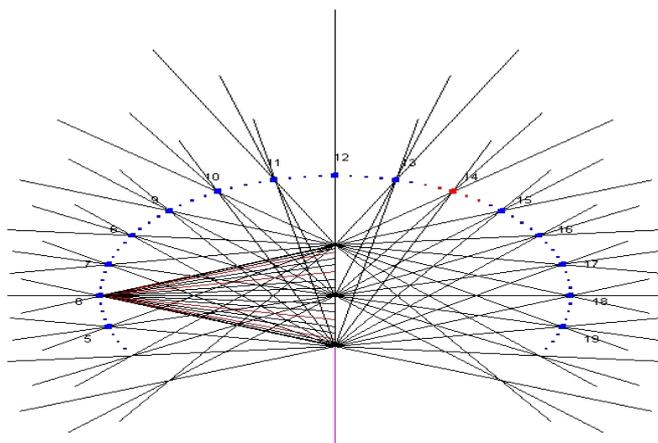
Sa position sur le style polaire de l'équatorial se mesure à partir de l'équatorial. Elle est donnée par la formule $A = R * \tan (De)$, R étant le rayon de l'équatorial. Nous comprenons maintenant que ce point est mobile. Le style mobile de l'analemmitique contenant ce point sera mobile aussi. Le cadran comporte une échelle de dates pour placer le style mobile, ou éventuellement pour placer les ellipses porteuses des points horaires. Cette mobilité du style n'a pour finalité que d'amener le point porteur d'ombre du style de l'équatorial à sa position convenable pour la date choisie.

Le sens de la projection est choisi par le concepteur de l'analemmitique. Le plus souvent l'analemmitique est plan, horizontal et la projection est verticale, mais ce n'est pas obligatoire.

Expliqué de cette manière nous pouvons honnêtement penser que le cadran analemmitique est un cadran du « grand groupe » des cadrans d'angle horaires.

Les cadrans analemmites sont dogmatiquement dits « cadrans d'azimut ».

Il n'est pas démontré, et probablement, indémontrable qu'ils le soient strictement, et n'appartiennent qu'à ce « grand groupe ».



Il est possible de tracer un cadran analemmitique, plan, horizontal, à style mobile rectiligne à l'aide d'une table dite « de Bedos de Celles ». Ces tables sont établies pour une latitude, elles donnent de 10° en 10° de longitude écliptique, la déclinaison et l'azimut du Soleil. L'ombre de son style entier, en cas d'analemmitique plan, horizontal, à style vertical donne l'azimut du Soleil.

◀ Figure 1 : Analemmitique azimutal

Remarquons que sur un cadran plan, horizontal à style ponctuel porté par un style droit (famille n°2) l'ombre totale du style donne aussi l'azimut et on ne dit pas, pour autant, que ce cadran est d'azimut. Il en va de même si le cadran n'est pas horizontal : c'est l'ombre de l'extrémité du style qui est significative dans un réseau de droites d'azimut, si on décide de le tracer.

Dans ce mode de tracé, l'échelle de dates s'obtient par les azimuts du Soleil à partir d'une extrémité du grand axe de l'ellipse, sur la méridienne.

A partir des emplacements du style mobile, nous pouvons tracer les azimuts du Soleil par exemple aux solstices et aux équinoxes. Les intersections de ces lignes nous procurent les emplacements des points horaires.

Dans ce mode de tracé de l'analemme le cadran est calculé par la formule de calcul de l'azimut, comme pour les araignées d'azimut. L'angle horaire est bien restitué par les formules de l'algorithme 2.

Cette possibilité ne s'applique que si le cadran est plan, horizontal et à style mobile vertical. (Voir SVP, Robert SAGOT, L'Astronomie, octobre 1963)

Expliqué de cette manière nous pouvons honnêtement penser que le cadran analemme est un cadran de « grand groupe » des cadrans d'azimut.

Nous admettons ici qu'il nous semble que le cadran analemme peut être considéré comme appartenant à deux grands groupes différents:

1. D'angle horaire, de déclinaison et de latitude.
2. D'azimut, de déclinaison et de latitude

Il semble donc que les cadrans anemmatiques doivent bien constituer à eux seuls une famille de cadrans.

Ce cadran n'est pas un graphique cartésien ni polaire ce qui le différencie des araignées d'azimut, avec lesquelles dans certains cas extrêmes il pourrait être confondu. (Ex. cadran de M. Vercasson).

Remarquons que cette curiosité de classification ambiguë existe dans toutes les typologies, sans y soulever de controverses doctrinales : on prend les faits tels qu'ils se manifestent.

Famille n°5 : Cadrans astrolabiques.

Grand groupe : de hauteur, de déclinaison et de latitude.

Le tracé de ces cadrans s'obtient en superposant les projections stéréographiques des sphères célestes « Sphère des fixes » et « sphère céleste locale » Il inclut en plus une araignée d'astrolabe, cercle de l'écliptique mobile donnant les déclinaisons du Soleil et sa longitude écliptique ainsi que les déclinaisons et ascensions droites de quelques étoiles brillantes.

Le capteur de coordonnées du Soleil (ou d'une étoile) est un dispositif de visée : Alidade ou autre.

Les lignes de temps vrai sont des courbes ; pour les étoiles ces lignes procurent le temps moyen.

Ce sont des astrolabes simplifiés : ils ne comportent pas de tympan et donc sont propres à un lieu géographique. Ce cadran de hauteur n'est pas un graphique cartésien ni polaire.

Famille n°6 : Projection stéréographique,

Grand groupe : d'azimut, de déclinaison et de latitude.

Le tracé de ces cadrans s'obtient en superposant la projection stéréographique de la « Sphère des fixes » et accessoirement de la « sphère céleste locale »

Les lignes de temps vrai sont des courbes.

Le capteur de coordonnées du Soleil est un style rectiligne, il capte l'azimut du Soleil.

Ce cadran d'azimut n'est pas un graphique cartésien ni polaire.

Famille n°7 : Chapeau filtrant. Styles : fentes orientées vers le Soleil.

Grand groupe d'angle horaire, de déclinaison et de latitude.

Pour tracer ces cadrans Il est nécessaire de transformer les coordonnées du Soleil de manière à utiliser la hauteur et l'azimut.

Le style est à orienter vers le Soleil. Il capte la hauteur et l'azimut du Soleil.

Le cadran est le plus souvent la convexité d'un cylindre vertical surplombé d'un disque épais ayant une fente à orienter vers le Soleil servant de style. Mais ce style peut être remplacé par une bille portée par n'importe quoi ou un quart d'astroïde.

Sur un cylindre les lignes de temps vrai sont assez proches de droites.

Famille n°8 : Indépendant de la latitude, style à orienter vers le Soleil. Echelle de dates.

Grand groupe : d'Azimut (noté Az), de hauteur (noté h) et de déclinaison (noté De)

Ce cadran est une constriction géométrique de la formule de trigonométrie sphérique :

$$\sin(aH) * \cos(De) = \cos(ha) * \sin(Az)$$

Seul cadran ne nécessitant pas la latitude géographique.

Le style, mobile, à placer à la main, procure le cosinus de la hauteur du Soleil. Il est à l'origine en forme de quart d'astroïde mais il existe une autre solution. Il capte la hauteur du Soleil. Le disque sur lequel il est placé capte l'azimut.

Un disque mobile permet d'obtenir H l'angle horaire, ces cadrans sont finalement la construction de la formule :

$$\sin(aH) = \cos(ha) * \sin(Az) / \cos(De)$$

Les lignes de temps vrai sont sur des rayons sur un disque semblable à celui qui présente les heures d'un cadran équatorial.

Famille n°9 : Cadrans portables, de hauteur, à orienter vers le Soleil, heure à lire à l'aide d'une échelle de dates.

Grand groupe : cadran de hauteur, de déclinaison et de latitude.

Ces cadrans sont en réalité des graphismes polaires ou cartésiens, ce qui les distingue des cadrans de la famille 10 (navicula).

Pour les tracer nous devons disposer pour la latitude du lieu d'une table donnant de 10 en 10 jours (ou par 10 degrés de longitude éclipstique) la hauteur du Soleil.

Le capteur de coordonnées du Soleil est par exemple une bille portée par n'importe quoi (berger) mais ce peut être un œilleton projetant une lumière sur un écran, un quart d'astroïde. Les graphismes sont conçus pour obtenir l'heure par la hauteur du Soleil. Les lignes de temps vrai sont le plus souvent des sinusoides.

En cas de graphisme cartésien:

En abscisse nous placerons arbitrairement les déclinaisons que l'utilisateur retrouvera par des graduations en dates. En ordonnée seront placées des hauteurs du Soleil obtenue par la formule :

(Formule 1)

$$\sin(ha) = \sin(\Phi) * \sin(De) + \cos(\Phi) * \cos(De) * \cos(aH)$$

En la transformant nous retrouvons la formule de l'algorithme 1

$$\cos(\Phi) * \cos(De) * \cos(aH) = \sin(ha) - \sin(\Phi) * \sin(De)$$

Puis :

$$\cos(aH) = (\sin(ha) - \sin(\Phi) * \sin(De)) / \cos(\Phi) * \cos(De)$$

A l'origine ces cadrans n'étaient pas tracés par épure mais à l'aide de tables dites « De Bedos de Celles » dans le logiciel AlgoSola. Ces tables sont établies pour une latitude, elles donnent de 10° en 10° de longitude éclipstique la déclinaison et l'angle horaire du Soleil, sa hauteur. Les cadrans -graphiques étaient donc réalisables.

Famille n°10 : Navicula : Indication de l'heure par un balancier, cadran à orienter, et à incliner. Echelles de dates et de latitudes.

Grand groupe : cadran de hauteur, de déclinaison et de latitude.

Les cadrans de cette famille ne sont pas des graphiques, mais des constructions géométriques de la formule.

$$\cos(aH) = \sin(ha) / \cos(De) * \cos(\Phi) - \sin(De) * \sin(\Phi) / \cos(De) * \cos(\Phi)$$

Le capteur de coordonnées du Soleil est un œilleton. Il capte la hauteur du Soleil. Un balancier portant une bille à une distance réglable nous procure le cosinus de l'angle horaire. Il s'accroche à un point déterminé par la latitude géographique et la date. Les lignes de temps vrai sont des droites, verticale si la hauteur du Soleil est nulle.

La formule est la même que pour les cadrans de la famille 9 :

$$\cos(aH) = (\sin(ha) - \sin(De) * \sin(\Phi)) / \cos(De) * \cos(\Phi)$$

Pour faciliter la compréhension de la construction nous écrivons la formule de la façon suivante :

$$\cos(aH) = \sin(ha) / \cos(De) * \cos(\Phi) - \sin(De) * \sin(\Phi) / \cos(De) * \cos(\Phi)$$

Famille n°11 : Araignée d'azimut, monofilaire, style fixe, lignes d'heures vraies sinueuses. Lecture par date.

Grand groupe : cadran d'azimut, de déclinaison et de latitude.

Ces cadrans sont en réalité des graphismes polaires ou cartésiens.

Pour les tracer nous devons disposer pour la latitude du lieu d'une table donnant de 10 en 10 jours (ou par 10 degrés de longitude éclipstique) la hauteur du Soleil.

Le capteur de coordonnées du Soleil est une fine tige verticale, rectiligne. Il capte l'azimut du Soleil.

Les lignes de temps vrai sont le plus souvent des sinusoides.

En cas de graphisme cartésien :

Exemple : Cadran "Volcan" ou monofilaire, plan, d'azimut, style vertical parallèle au plan du cadran, En ordonnée nous placerons **arbitrairement les déclinaisons** (ou réellement la déclinaison) que l'utilisateur retrouvera par des graduations en dates.

En abscisse seront placés les azimuts du Soleil obtenus par la formule du calcul de l'azimut :

$$Az = \text{Atan}2D(\cos D(De) * \sin D(aH), \sin D(\Phi) * \cos D(De) * \cos D(aH) - \cos D(\Phi) * \sin D(De))$$

Cette formule est une adaptation pour le code informatique de

$$\tan(Az) = \sin(aH) / (\cos(aH) * \sin(\Phi) - \tan(De) * \cos(\Phi))$$

Elle donne l'angle dans le bon quadrant.

Si l'araignée est en coordonnées polaires (exemple 1600 : Araignée à Temps Moyen par sinueuses), les rayons des cercles de dates seront proportionnels aux temps écoulés entre le premier et le dernier cercle. Les valeurs des rayons extrêmes sont arbitrairement choisies. Une année ou un semestre séparera le 1^{er} cercle (le plus petit) du dernier (le plus grand). En raison du tracé possible de HUIT l'année débutera à un solstice d'hiver. Le rayon origine des azimuts sera orienté vers le SUD. L'angle entre le rayon d'un point horaire et le Sud sera égal à l'azimut du Soleil à l'heure que le point indiquera.

Famille n°12 : A plusieurs styles, lignes ou points qui déterminent des plans horaires.

Grand groupe : cadran d'angle horaire, de déclinaison et de latitude.

Le capteur de coordonnées du Soleil est une série de styles ou de fentes ou de trous déterminant des plans horaires. Les graphismes sont adaptés pour utiliser l'angle horaires, parfois les déclinaisons captées par les styles

Ex : cadran de Pingré, cadran de Sophia Antipolis. Les lignes de temps vrai ont des formes variables.

Famille n°13 : Cadrans sans style, lecture par la limite ombre / lumière (dite parfois terminator ou terminateur) due à la courbure du cadran.

Grands groupes, 3 cas sont possibles :

- Cadran d'angle horaire, de déclinaison et de latitude.
- Cadran de hauteur, de déclinaison et de latitude.
- Cadran d'azimut, de déclinaison et de latitude.

Nous disons bien 3 cas sont possibles de « grand groupes » de ce nom et non de familles du même nom. L'absence de style nous empêche de les considérer comme appartenant aux familles 1, 2, 9 et 11 de la présente classification. Les formes des styles sont prises pour caractères distinctifs des familles dans le sens précisé ici.

Famille n°14 : Alignements de styles sur un plan horizontal, selon les amplitudes du Soleil aux levers et couchers.

Grand groupe : Déclinaison, latitude et angle horaire.

Les styles, (menhirs ou autres) permettent à un observateur de déterminer solstices et équinoxes par exemple.

Famille n°15 : Graphiques, pseudo cadrans, abaques.

Ces objets ne sont pas des cadrans proprement dit et cependant leurs tracés sont automatisés comme pour les cadrans classiques. Exemple cadrans à cellule photo électrique.

Grand groupe : Déclinaison, latitude et angle horaire, mais des exceptions sont possibles.

Famille n°16 : Cadrans partiellement erronés, totalement erronés, inconnus, et absurdes.

Il en existe un (le cadran médaille) obtenu par table pour la latitude du lieu donnant de 10 en 10 jours (ou par 10 degrés de longitude éclipstique) la hauteur du Soleil.

Il est erroné mais pour les faibles hauteurs du Soleil ce n'est pas perceptible. Pour les fortes hauteurs aucun cadran de hauteur n'est utilisable.

Le style est à placer sur une échelle de dates. Il est à rapprocher du cadran bague.

Définition des hhafirs.

Le « grand groupe de cadrans » ou, si l'on veut « l'embranchement du cadran » est « **cadran de hauteur** »

Nous nommons Hhafir un genre de cadrans solaires de la famille 9 Cadrans portables, de hauteur, à orienter vers le Soleil, heure à lire à l'aide d'une échelle de dates.

Ce sont des cadrans plans, horizontaux.

Dans AlgoSola nous décrivons quatre dispositifs de capture de la hauteur du Soleil pour l'hhafir. Ceci en conservant le nom de hhafir à ce genre de cadran. Ces cadrans nous procurent le temps vrai, c'est-à-dire l'angle horaire du Soleil H, exprimé en prenant pour unité angulaire l'heure, valant 15 degrés, le degré étant la 90° partie de l'angle droit.

Les quatre capteurs de l'angle hauteur du Soleil seront dans le logiciel AlgoSola :

- Le sommet d'un style droit. Le mot « droit » est employé ici dans le sens « Debout comme un homme » c'est-à-dire perpendiculaire au plan du cadran. Le style le plus souvent utilisé est une fine tige cylindrique, coupée droit à son sommet, mais ce peut être un trou dans une surface opaque, une bille portée par n'importe quoi. Un point n'ayant pas d'ombre ce ne peut pas être le bout pointu d'une tige métallique. Lorsque le Soleil est bas l'ombre du sommet du style droit est rejetée à l'infini. Le cadran est pratiquement inutilisable si la hauteur du Soleil est inférieure à 5 °

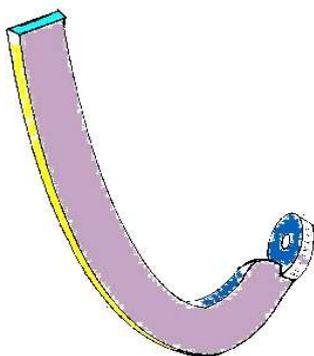
Le quart d'astroïde.

C'est une pièce métallique courbée en forme de quart d'astroïde. La lecture de l'heure se fait au milieu de la pénombre, sous le style. Lorsque le Soleil est bas la surface de ce style portant ombre est très proche du cadran d'où une grande imprécision.

- La surface d'une pièce courbée en forme de cycloïde. La lecture de l'heure se fait au milieu de la pénombre. Lorsque le Soleil est bas la surface de ce style portant ombre est très proche du cadran d'où une grande imprécision, comme pour le quart d'astroïde. Mais pour ce type de style les lignes d'almicantarats ont la particularité d'être équidistantes, la

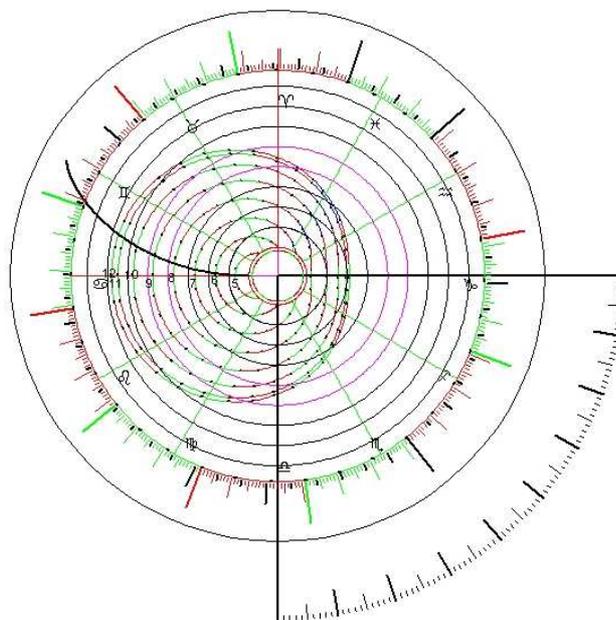
hauteur peut être mesurée par un autre moyen, et l'heure lue à l'aide d'une aiguille graduée, tournée à la main.

- Hauteur mesurés par un instrument : quart de cercle ou sextant. Lorsque l'on choisit de tracer le cadran hhaafir ayant un style en forme de cycloïde le couplage avec un quart de cercle devient possible. L'heure pour les faibles hauteurs du Soleil peut être théoriquement obtenue avec précision. L'utilisateur devra savoir s'il est le matin ou le soir, il est rare que ce soit difficile.

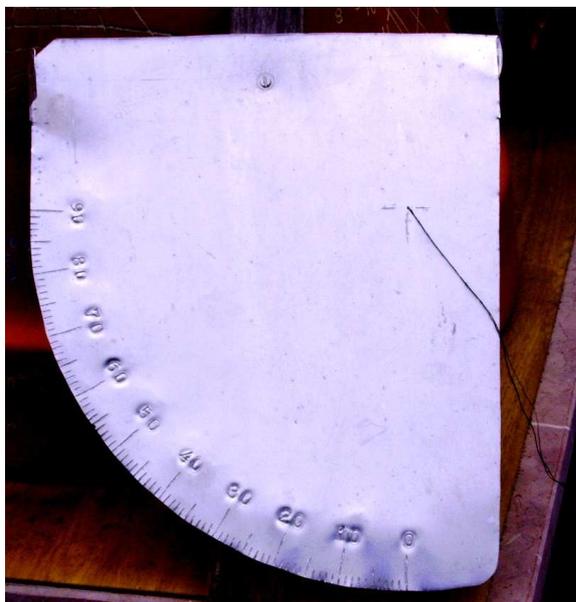


▲ Figure 2 : Schéma d'un style en quart d'astroïde

Figure 3 En bas à droite : le quart de cercle permettant de mesurer la hauteur de l'astre, En haut à gauche le profil du style en forme de cycloïde. ►



Nous remarquons le calendrier Julien / Grégorien encerclant les graphismes. Il est à remplacer chaque 1^{er} janvier, il s'ajuste par l'équinoxe de printemps.



◀ Figure 4 Instrument quart de cercle, servant à calculer l'heure par la hauteur de la Lune. Cet objet volontairement rudimentaire permet de mesurer une hauteur avec une précision meilleure que le degré.

Inaptitudes de ces cadrans.

Aux heures auxquelles la hauteur du Soleil varie peu (vers midi), les hhaafirs sont inutilisables. Il en est de même en zones polaires lorsque le Soleil est circumpolaire. En cas de mesure au quart de cercle la correction pour la réfraction peut calculée ou même incorporée au quart de cercle.

Définition des cadrans-boussoles ou cadrans « auto – orientables »

Un cadran auto-orientable est un ensemble de cadrans solaires ou d'un cadran solaire et une horloge.

Les cadrans de hauteur ayant une déclinaison gnomonique toujours égale à l'azimut du soleil sont inutilisables seuls, même couplés à une horloge.

Il est souvent dit que pour obtenir un cadran auto-orientable il suffit de coupler deux cadrans appartenant à des « Grands groupes » différents. Nous ne connaissons pas de cas où cette affirmation ne soit pas vraie. Le couple « cadran de berger / cadran indépendant de la latitude (dit de Freeman) » est à utiliser de la façon suivante :

- Déterminer l'angle horaire par le berger, si c'est possible, c'est-à-dire si la hauteur du Soleil est basse.
- Tenir le style du « Freeman » dirigée vers le Soleil, tourner à la main sa surface jusqu'à l'obtention de l'angle horaire procuré par le berger.

Cette utilisation n'est pas évidente.

En revanche nous remarquerons qu'en utilisant deux cadrans d'angle horaire il est parfaitement possible de déterminer la direction du SUD, par exemple si ces cadrans sont de déclinaisons différentes.

Il est possible de réaliser un cadran auto-orientable de la façon suivante:

On monte sur un plan horizontal trois plans verticaux du multifaces 270 d'AlgoSola sur lesquels on dessine trois cadrans à style polaire :

- un pour être déclinant SUD EST,
- un pour être plein SUD,
- un pour être déclinant SUD OUEST.

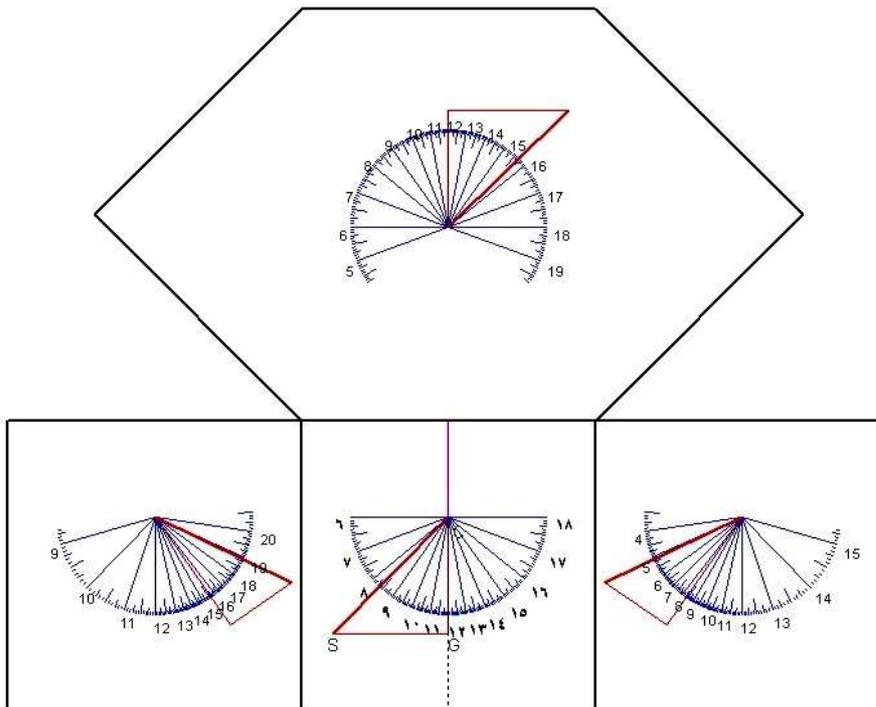
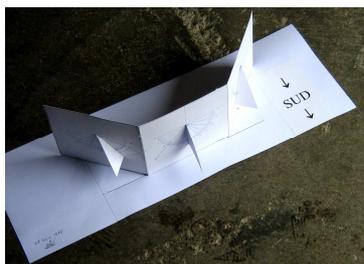


Figure 5

Le montage pour les essais se fait par impression sur bristol, découpage et collage sur une feuille bristol horizontale.

Dessiner le cadran multifaces 270 d'AlgoSola, parties SUD.

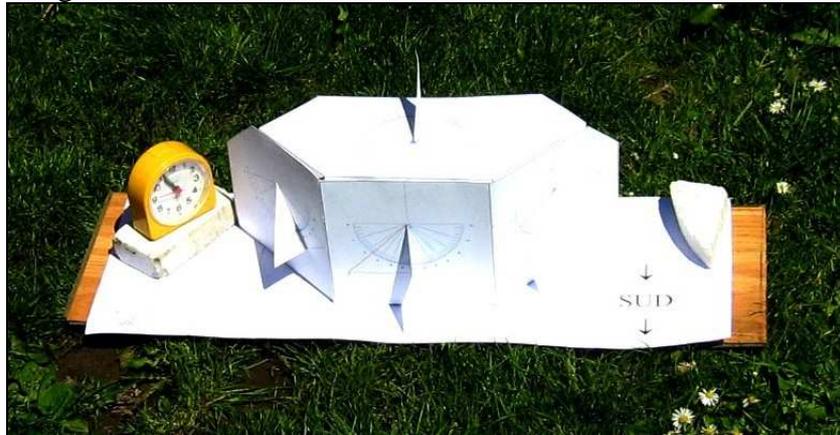


◀ Figure 6 Partie du multifaces

1. Choisir une échelle telle que la sortie d'une face tienne sur une feuille A4. (100% avec 50mm pour unité)
2. Dropper un peu avec le pointeur de la souris au milieu de la méridienne du cadran que nous souhaitons dessiner, puis cliquons sur le bouton 5 de la page 8

Le cadran n° 270 du logiciel AlgoSola permet de dessiner en deux fois un cadran multifaces, prisme à base hexagonale. Nous obtenons sept cadrans, tous d'angle horaire, à styles polaires, sur six plans disposés verticaux SUD et déclinants de « plus et moins » 45° puis la seconde partie NORD et déclinant de « plus et moins » 135°, et enfin un horizontal sur le haut du prisme.

3. Page 8, onglet menu, ligne 2, après avoir mis une feuille de bristol dans l'imprimante, imprimer la face choisie, deux fois. Une fois pour la face, une autre pour le style.
4. Choisir une échelle telle que la sortie d'une face tienne sur une feuille A4. (100% avec 50mm pour unité)
5. Dropper un peu avec le pointeur de la souris au milieu de la méridienne du cadran que nous souhaitons dessiner, puis cliquons sur le bouton 5 de la page 8
6. Page 8, onglet menu, ligne 2, après avoir mis une feuille de bristol dans l'imprimante, imprimer la face choisie, deux fois. Une fois pour la face, une autre pour le style.
7. Au cutter découper la face en laissant des languettes de collage. Puis découper le triangle du style en laissant aussi une languette de collage.
8. Coller sur une feuille qui sera le plan horizontal dessiné pour trois côtés de la base du prisme octogonal qui portera les plans du cadran.
9. Terminer le montage.



Résultats d'essais de ce cadran à styles polaires. ▲Figure 7 Maquette d'essai.

Les essais ont été effectués à l'aide d'une maquette imprimée sur bristol, les droites d'heures ont pour longueur 50 mm.

Pour nous aider dans nos vérifications, nous avons effectué ces essais en utilisant une horloge procurant le Temps Vrai Local.

La précision des cadrans est faible, de l'ordre de 10 minutes en utilisant la formule :

$$\text{Précision en minutes} = 60 \text{ cm} / \text{rayon en cm. Le rayon est de 5 cm.}$$

En cadran auto-orientable cet objet est mal commode à utiliser. L'heure est difficile à lire simultanément sur deux plans différents. En faisant varier l'orientation on obtient des heures erronées qui peuvent avoir une très faible différence d'un cadran à l'autre. Sortis des ces difficultés nous obtenons bien la direction du SUD, avec une faible précision en orientant le cadran auto-orientable de manière à obtenir l'indication de la même heure sur deux cadrans de ce multifaces. Les faces méridionale et horizontale sont de même déclinaison et ne sont pas couplables, à priori.

**La collection DALLET inclut deux cadrans auto-orientables :
L'équatorial pour trouver le Nord.**

C'est un cadran plan équatorial dont le disque est tourné pour que le temps de passage coïncide avec la méridienne de son support. Une table annuelle des temps de passages locaux est nécessaire pour ce réglage. La seconde source d'heure est la montre de l'utilisateur.

Ce cadran donne la direction du SUD avec une précision de l'ordre du degré sans aucune difficulté.

Problèmes : il est inutilisable aux équinoxes.

Il est utilisé pour positionner les autres cadrans de la collection.



▲ Figure 9 L'équatorial à coupler à une montre. (Cadran signé DALLET)

Le temps de passage local se détermine de la façon suivante, Soit :

TP le temps de passage en heure légale, on dit midi vrai.

EQ l'équation du temps en heures décimales.

Lg la longitude géographique, en heures décimales, comptée négativement à l'EST de Greenwich.

Fu le fuseau de raccordement pour l'heure légale, actuellement 1 en hiver, 2 en été.

Nous aurons : $TP = 12 + EQ + LG + Fu$

TP est à sexagésimaliser en heures, minutes, secondes.

Cadran à style polaire couplé à un stéréographique.

Ce cadran est facile à utiliser. Problème : il est peu précis.

Figure 10 Le cadran à style polaire couplé à un stéréographique. (Cadran signé DALLET) ►



Une autre idée de cadran procurant un azimuth orthodromique à partir de l'heure vraie:



Figure 11 : Cadran à déterminer un azimuth orthodromique. (Cadran signé DALLET)

Cadran pour Gimont (Gers). Le style donne l'azimut orthodromique de Lourdes, lieu d'où vient la roche. Lorsque le cadran est tourné pour donner le temps vrai, son style donne la direction de Lourdes, lieu où a été trouvé le caillou brut, dans un tertre. Sa base a été sciée, puis il a été poli. Son tracé a été réalisé sur un plan déclinant de l'azimut orthodromique de Lourdes depuis Gimont. Son inclinaison choisie pour qu'il soit tangent au point d'implantation du style. Le style étant en place les tracés ont été projetés sur sa surface.

Conclusion

Le système de classification a permis de concevoir le logiciel de calculs automatisés de Solarium et d'AlgoSola Il a d'ailleurs subi des mises au point à l'occasion du développement de ces logiciels.

Dans ces logiciels les cadrans sont traités famille par famille de cette classification. L'expérience montre que les « Grands groupes » ne peuvent pas, seuls, être la clé d'une classification générale, ils doivent être subdivisés.

Les « Grands groupes » ne sont pas utilisables non plus pour donner une règle absolue de construction des cadrans auto-orientable. Les hhaïfir sont simplement des cadrans de hauteur, voisins des bergers, plans et horizontaux

Trouver le NORD à l'aide d'un cadran c'est simplement disposer de l'heure qu'il doit procurer, par un autre cadran ou par un autre moyen, et le tourner de manière qu'il donne l'heure exacte. Le cadran ne doit pas être un cadran mobile à déclinaison gnomonique égale à l'azimut du Soleil.

mercredi 16 juin 2010

- **Cadran photographiés** : Propriétaire, concepteur et réalisateur Dallet PJ Photos : Dallet PJ

- **Bibliographie** :

- ° CORNEC J.P. Cadran-Info n° 10, Octobre 2004 . page 15.
- ° J.J Sédillot et L.A.-M. Sédillot Traité des Instruments astronomiques des Arabes composé au treizième siècle par Aboul Hhassan Ali Imprimerie royale ; Paris ; MDCCCXXXIV
- ° ROHR (René R.J.). Les Cadrans Solaires. Ed. Oberlin, Strasbourg, 1986. Page 121.
- ° SAVOIE (Denis). Gnomonique moderne. Ed. Société Astronomique de France, Paris, 1997. Page 23
- ° SAVOIE (Denis). La Gnomonique. Ed. Les Belles lettres, Paris, 2007. pp. 27-30

- **Sur internet**:

° Article de Jean Pierrat: "Plateau solaire à lecture directe de l'heure UT" dans Observations & Travaux SAF volume 13 page 28:

<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/1988O%26T...13...31P/000033.000.html>

° Sites cadran solaires:

<http://pagesperso-orange.fr>

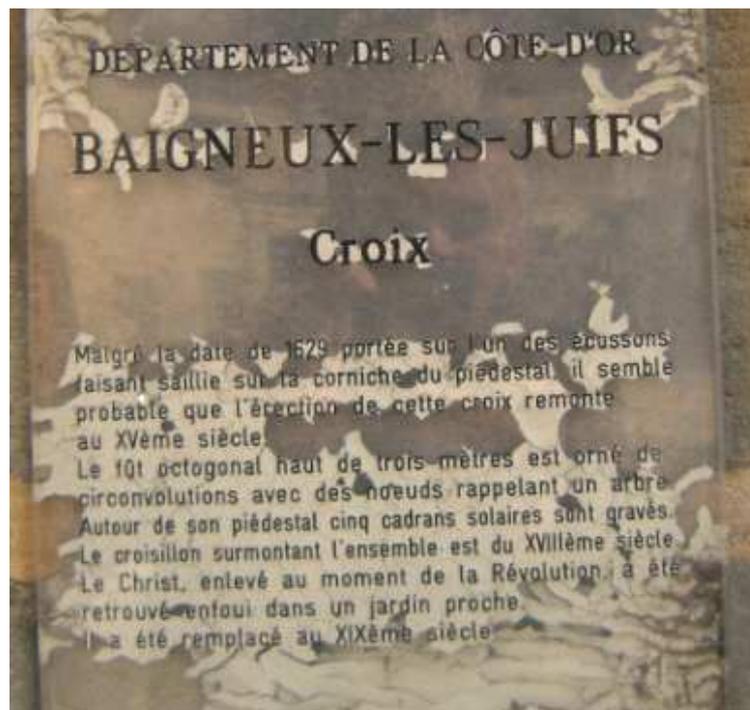
° Le logiciel AlgoSola à télécharger:

http://isheyevo.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium/

ou sur demande à l'auteur dallet.pierre.joseph@orange.fr

Remerciements : Monsieur Paul GAGNAIRE qui a relu le texte, l'a discuté. Son aide fut précieuse, agréable et importante. ■

Cadrans à Baigneux-les-Juifs (Côte-D'Or)





Ombre et pénombre d'un élément rectiligne

Par Gianni Ferrari

Voici quelques observations relatives à l'ombre et à la pénombre d'un élément rectiligne rapportées à la problématique d'un style de cadran solaire.

Supposons que nous ayons un "élément" rectiligne qui, éclairé par la lumière du Soleil, projette son ombre sur un plan se trouvant à une certaine distance, par exemple sur le plan horizontal, et supposons également, pour simplifier, que ce soit le bord supérieure d'un mur vertical, d'une corniche ou d'un grand style triangulaire d'un cadran solaire monumental.

Si le Soleil avait un diamètre infinitésimal, c'est-à-dire réduit à un point, "l'élément" produirait seulement une ombre et il y aurait une ligne nette de séparation entre la zone lumineuse et la zone d'ombre. J'appellerai cette ligne "ombre géométrique" ou "théorique".

Par contre en raison du diamètre fini du Soleil entre la partie du plan complètement éclairée et celle complètement dans l'ombre on va avoir une zone de pénombre, dans laquelle l'éclairage varie graduellement.

Dans le cas le plus simple, pour lequel le plan est normal aux rayons du Soleil, la largeur de cette zone est $L_R * \Phi_{rad}$ où L_R est la distance entre l'élément rectiligne et le plan et Φ l'angle sous-tendu par le disque solaire en radians ($\Phi \approx 32' \approx 1/107 rad$).

Par définition, une surface est en pénombre quand elle est éclairée seulement partiellement et quand d'un point de celle-ci, "on ne voit" qu'une partie du disque solaire. Si nous pouvions mettre l'oeil en différents points de la zone en pénombre nous pourrions voir le disque solaire assombri comme en Fig. 2.

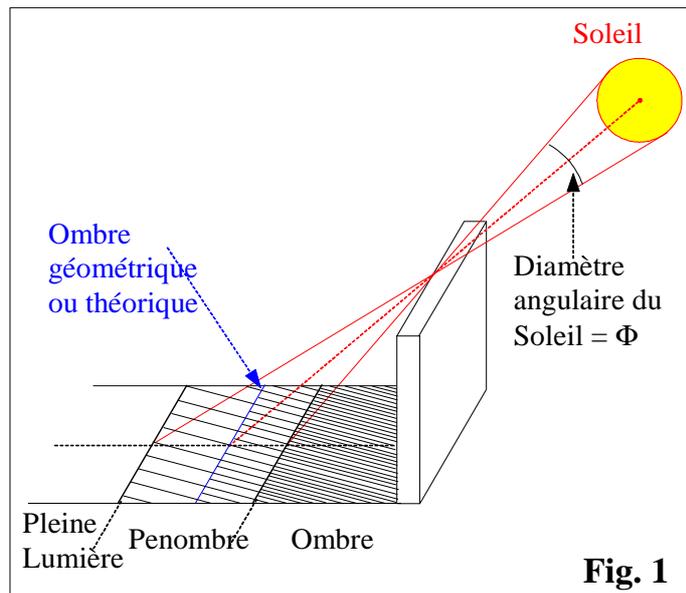


Fig. 1

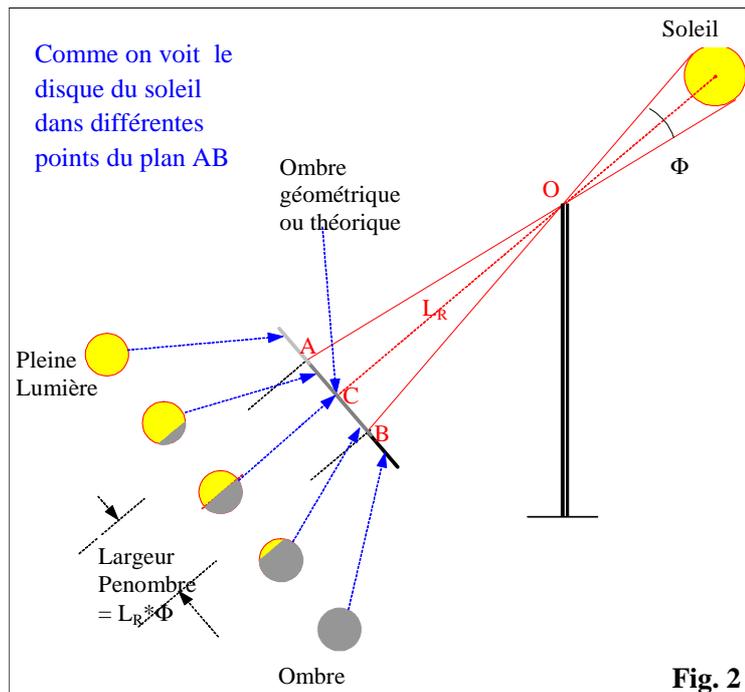


Fig. 2

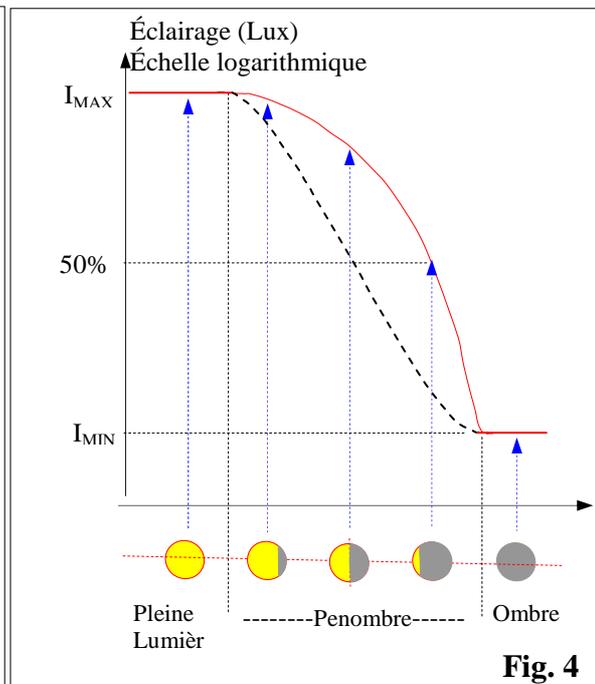
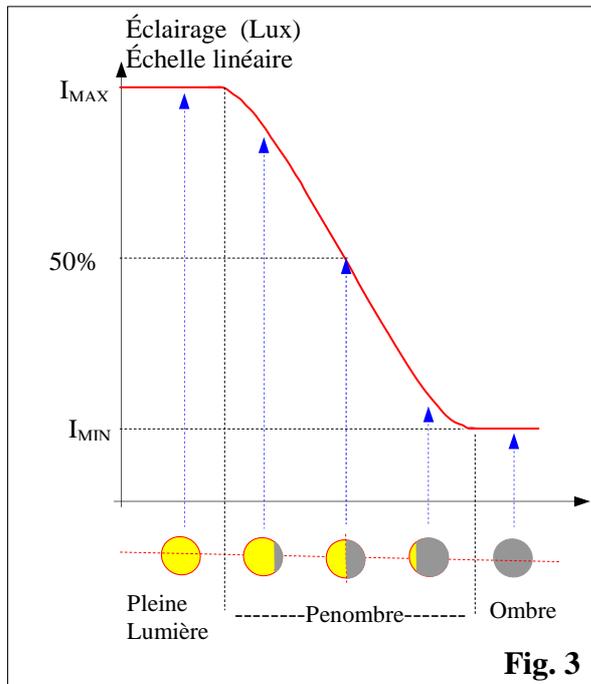
Au point C, centre de la pénombre et intersection de la ligne de l'ombre géométrique avec le plan, on pourrait voir assombrie, exactement la moitié du disque solaire.

La courbe de l'éclairage dans la bande de pénombre passe de la valeur maximum I_{MAX} , que l'on a sur la zone du plan en lumière pleine, à la valeur minimum I_{MIN} que l'on a dans la zone en ombre pleine.

La valeur I_{MAX} est dû à la lumière qui vient directement du Soleil et dépend, de sa hauteur sur l'horizon, d'un éventuel ciel voilé, de la présence de poussières et de vapeur dans l'atmosphère, enfin de l'angle entre la normal au plan et la direction des rayons solaires. Les valeurs typiques vont de 30000 à 80000 voir 100000 lux.

La valeur I_{MIN} est l'éclairage indirect dû principalement à la lumière réfléchiée par la partie libre du ciel visible de la zone considérée du plan, par la lumière réfléchiée par les nuages et les murs des éventuels bâtiments environnants, etc. Sa valeur peut changer en fonction d'un ciel voilé, de la situation atmosphérique (nuages), de la présence de végétation empêchant une vision directe d'une partie du ciel, ou encore, des murs et des édifices environnants, de leurs caractéristiques de réflexion et de la couleur de leurs surfaces, etc. Les valeurs d' I_{MIN} changent de 1/10 à 1/60 des valeurs d' I_{MAX} .

La courbe théorique de l'éclairage dans la zone de pénombre est représentée en Fig. 3.



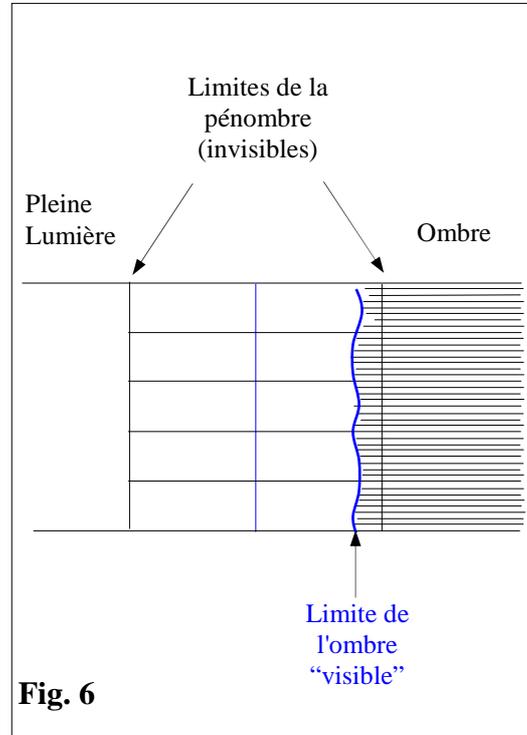
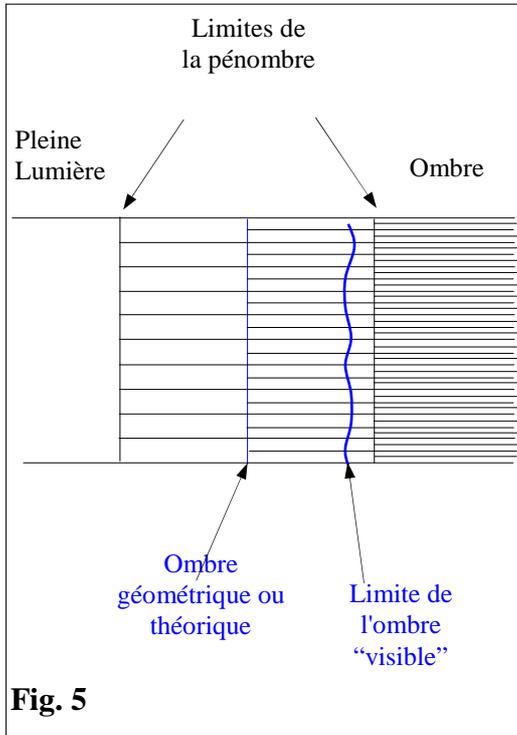
Où se termine l'ombre ?

Maintenant le problème qui se présente consiste à déterminer où notre oeil "voit" le bord de l'ombre, c'est-à-dire où l'ombre "se termine".

Selon la loi de Fechner¹ la sensation produite par une cause externe sur un organe de nos sens (stimulus) est proportionnelle au logarithme de l'intensité de la stimulation qui l'a produite.

¹ La loi de Weber-Fechner (~ 1870) est une loi psycho-physique approchée qui affirme que le degré de réponse d'un organe de sens, c'est-à-dire la sensation produit par celui-ci, est proportionnelle au logarithme de l'intensité du stimulus qui a agi sur l'organe ou bien, que la plus petite variation appréciable dans la sensation est provoquée par un changement constante de percentual du stimulus. Pour la vision (brillance d'une surface blanche) ce pourcentage est de 1.6% (1/60) environ. Cette loi approximative et de nature statistique. Elle a une importance pratique considérable particulièrement en optique et acoustique.

Pour cette raison, en regardant la bande de pénombre, notre oeil “ne voit pas” l'intensité lumineuse, qui diminue selon la courbe de la Fig. 3, mais il la perçoit selon une courbe du type de celle représentée en Fig. 4. On peut dire que nous voyons arriver le passage de la lumière à l'ombre plus brusquement que celui “mesuré” par un instrument photoélectrique et ce changement brusque est dans une zone assez proche du point dans laquelle se termine la pénombre.



Dans la Fig. 5 est souligné la limite "visible" de l'ombre qui se trouve, comme il a été dit, déplacé vers l'ombre pleine par rapport à la ligne de l'ombre géométrique. Dans la Fig. 6 est représentée la zone de pénombre comme "il apparaît" à notre oeil. En pratique la pénombre est presque invisible et l'on perçoit une brusque variation d'intensité lumineuse entre la zone en lumière pleine et celle en ombre totale.

La courbe de la "sensation" représenté en Fig. 4 (produit par la "stimulation" de la Fig. 3) dépend beaucoup du rapport entre les éclairages maximum et minimum. Si ce rapport augmente (et en particulier si I_{MIN} diminue) le cours au "genou" s'exalte, c'est-à-dire la courbe reste presque horizontale sur un grand espace majeur pour descendre brusquement.

Au contraire si le rapport diminue (c'est-à-dire si I_{MIN} augmente) le cours tend à s'atténuer et à se rapprocher de la courbe théorique linéaire. (Fig 7). La valeur de l'éclairage I_{MIN} dépend beaucoup des conditions atmosphériques. En présence de brume ou de nuages blancs, sa valeur augmente (l'ombre est plus éclairée), et donc la limite "visible" de l'ombre se déplace loin de la zone assombrie et plus près de la ligne de l'ombre géométrique.

On trouve que la limite "visible" de l'ombre est déplacée par rapport à la ligne théorique d'une quantité qu'il peut changer d'environ 35% à 45% de la largeur totale de la pénombre (c'est-à-dire 70% à 90% de la largeur de la moitié de la pénombre)

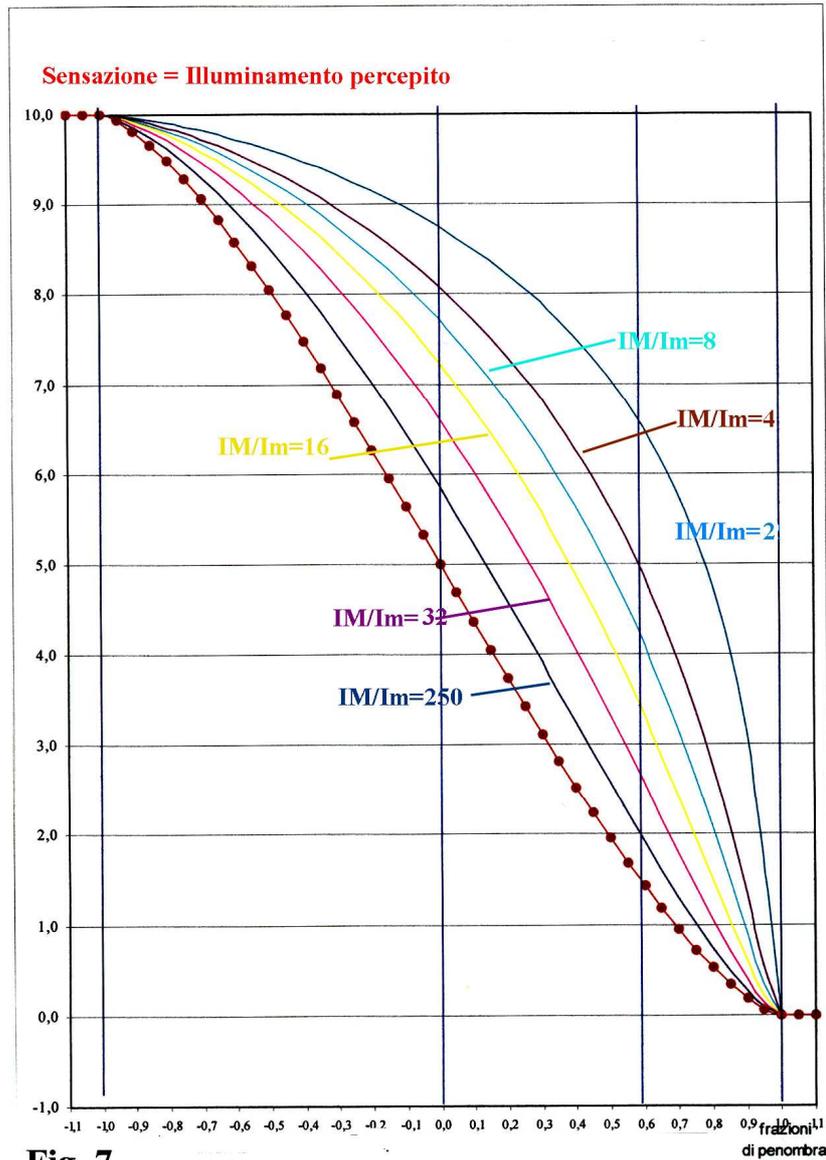


Fig. 7

Si sur un plan (supposé horizontal) a été tracé une ligne horaire², par exemple pour l'heure H; à cette heure H, la ligne de l'ombre géométrique coïncidera avec la ligne horaire même. Cependant un observateur verra la fin de l'ombre décalée par rapport à cette ligne et "il lira" une heure légèrement différente. Pour les heures du matin, il lira une valeur plus grande de H et affirmera que la cadran "avance".

De manière différente, l'observateur voyant la ligne de l'ombre en coïncidence avec la ligne horaire, en déduit qu'il est l'heure H alors qu'en réalité la ligne de l'ombre géométrique est "en arrière" (toujours dans le cas des heures du matin).

Ce phénomène fait qu'un cadran solaire "avance" le matin et "retarde" l'après-midi. Notons cependant que ces variations sont modestes. En effet le Soleil se déplace de la valeur de son diamètre en environ 120-128 sec. Le retard pourra varier de 35% à 45% de cette valeur, donc de 40 à 58 sec.

² Ligne calculée comme habituellement en considérant le centre du soleil

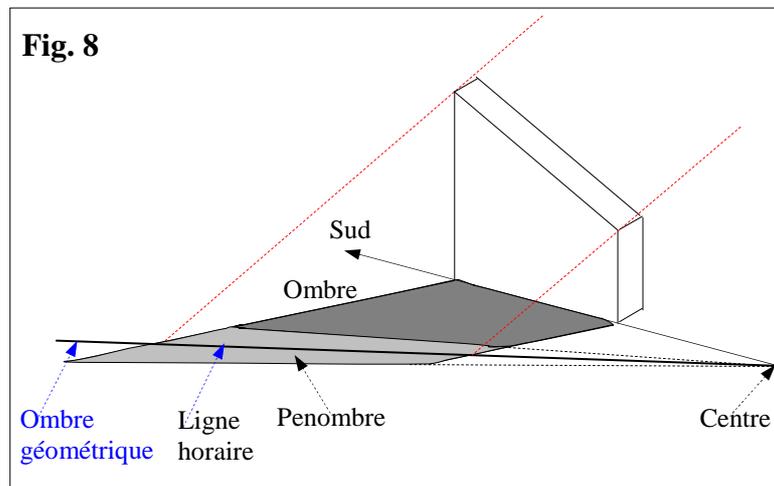
Resultats expérimentaux

Nombreux tests ont été réalisés, même de la part de l'auteur, pour déterminer expérimentalement la position dans laquelle est perçue la ligne limite de l'ombre par rapport à celle de l'ombre géométrique.

Pour de nombreux essais, un Shadow Sharpener³ a été utilisé pour déterminer la position de la ligne de l'ombre théorique. De nombreux résultats, exécutés par des amateurs de gnomonique, ont été rapportés dans la "Sundial Mailing List" et sont en accord complets avec les considérations théoriques décrites ici.

Par exemple, Pete S. (USA) a trouvé un retard de 53 sec ou de 0.22°, correspondant à un déplacement de 42% de l'amplitude de la pénombre. B. Walton (USA) a trouvé un retard de 40 sec, correspondant à un déplacement de 35%. B. Walton a trouvé également, en utilisant un exposimètre photographique que le rapport I_{MAX}/I_{MIN} atteint la valeur d'environ 120 avec un ciel serein et de 30 avec un ciel nuageux.

Cas des cadrans solaires horizontaux de grandes dimensions



Supposons maintenant que l'élément rectiligne décrit en début de l'article, soit un style polaire dont l'ombre est utilisée pour déterminer l'heure en comparant son bord avec les lignes horaires tracé sur un plan horizontal⁴. Le calcul des cadrans solaires se faisant toujours en utilisant la position du centre du Soleil dans le ciel, à une heure solaire vraie locale, l'ombre théorique ou géométrique du bord du style coïncide exactement avec la ligne horaire tracée pour l'heure considérée.

Nous sommes donc dans le cas où l'ombre du bord de l'élément linéaire qui forme le gnomon coïnciderait, aux différentes heures, avec les lignes horaires tracées sur le plan seulement si le diamètre du Soleil était ponctuel. Dans la réalité l'élément linéaire produit une "bande" de pénombre qui, dans le cas de cadrans horizontaux, a la forme un petit angle dont la bissectrice est l'ombre géométrique elle même (Fig. 8) et dont l'ouverture change à chaque heure (toujours inférieur au degré) (Fig. 9).

³ Un Shadow Sharpener est un dispositif qui permet de visualiser l'ombre d'un objet lointain sans être perturbé par la pénombre. Le plus simple SS est constitué par un trou sténopéique qui produit l'image du Soleil et celle d'un objet mise entre le Soleil et l'observateur.

⁴ Par simplicité je ferai référence aux seuls cadrans horizontaux. Le raisonnement peut être évidemment étendu aux autres positions du plan. J'ai supposé partout être dans une localité de Latitude de 40°.

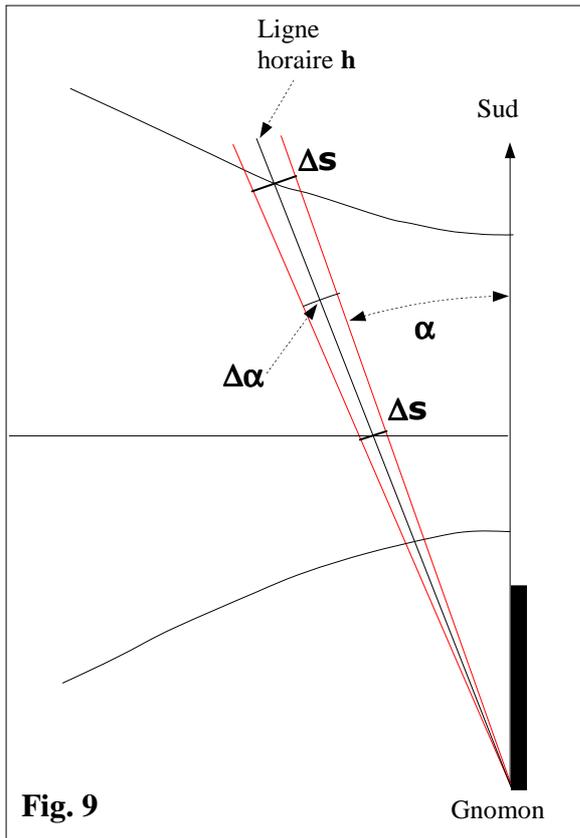


Fig. 9

Les valeurs de cet angle de pénombre et ses dimensions transversales, exprimées en millièmes de la longueur du style orthogonal, aux Équinoxes et au Solstice d'hiver, sont reportées dans le tableau ci-dessous.

Cadran solaire horizontal - Latitude = 40°
(Fig. 9)

Heure	Δα minutes d'arc	Δs – Équinoxes	Δs – Solst. Hiver
		1/1000 ortho-style	
12	20.6	12.1	19.0
13 – 11	21.4	12.9	20.5
14 – 10	24.1	15.2	26.2
15 – 9	29.1	20.5	41.9
16 – 8	36.7	32.5	118.8
17 – 7	45.4	69.7	----

De l'examen de ces données on déduit immédiatement que pour les cadrans solaires avec un gnomon en forme de voile de petites dimensions - avec un ortho-style jusqu'à

quelques décimètres - la largeur de la pénombre est presque toujours inférieure à la largeur des lignes tracées sur le plan et donc il est pratiquement impossible de voir la différence entre la position de l'ombre théorique et la limite "visible" de l'ombre.

Par exemple avec une voile de 30 cm, à 9 heures, la largeur de la pénombre vaut 6.1 mm aux Équinoxes et 12.6 mm au Solstice d'hiver.

Avec des cadrans solaires horizontaux monumentaux, la largeur de la pénombre devient par contre assez grande et ils faut bien distingués les instants auxquels le centre de la pénombre et le "bord" visible de l'ombre même passent sur la ligne horaire tracée.

Par exemple avec un style orthogonal de 4.0 m, à 9 heures, la largeur de la pénombre vaut 82 mm aux Équinoxes et 168 mm au Solstice d'hiver. A 11 heures ces grandeurs se réduisent à 51 et aux 81 mm.

Donc, comme il a déjà été mentionné, dans le cas de grands cadrans solaires l'instant auquel "on voit" l'ombre coïncider avec le centre de la ligne horaire diffère de l'heure pour lequel la ligne a été calculée d'une valeur allant de 40 à 60 seconde environ, en avance ou en retard.

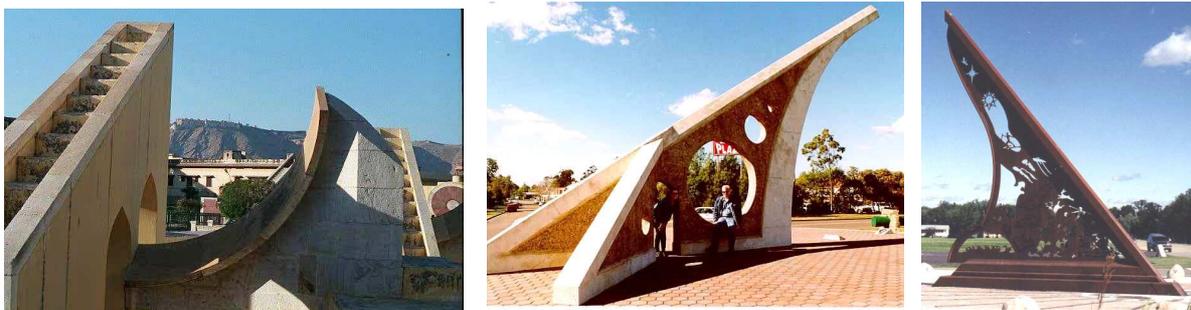
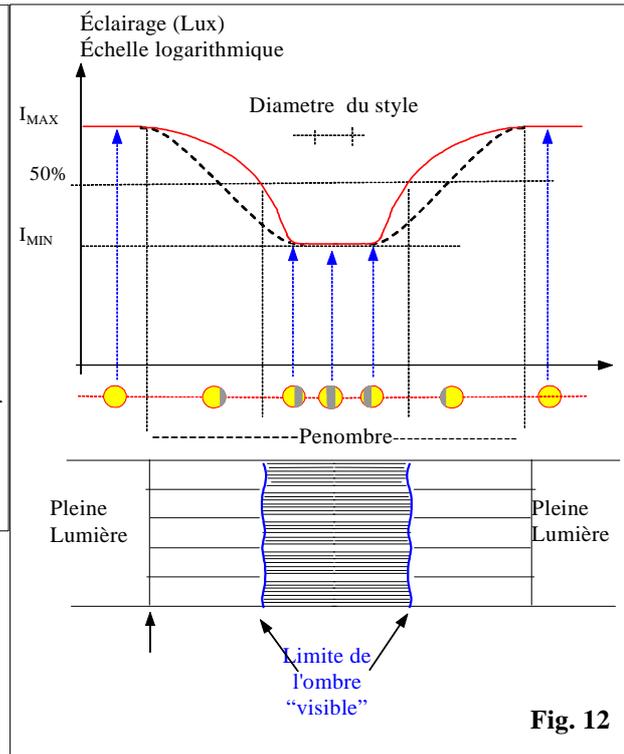
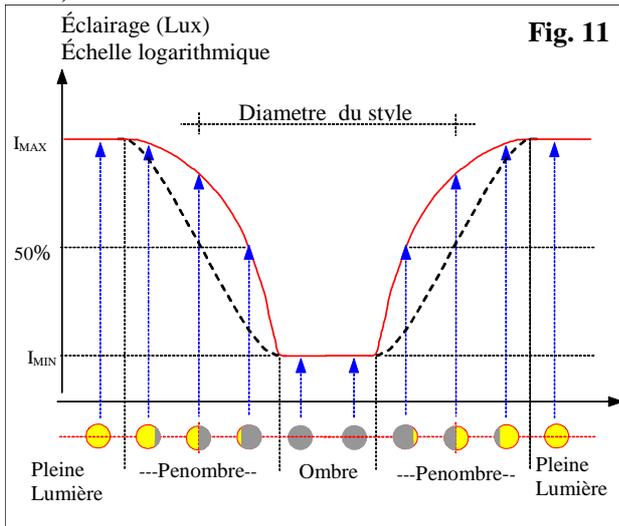


Fig 10

Quelques exemples sont illustrés dans la Fig. 10 page précédente: le grand cadran solaire équatorial de Jaipur en Inde avec a rayon de 15.1 m avec une largeur moyenne de la pénombre de 14 cm environ et les gnomons de deux grands cadrans solaires horizontaux au Singleton (USA) et au Pinawa - Manitoba (Canada).

Gnomone sphérique ou à bâton.

Le phénomène décrit se retrouve évidemment quand l'élément qui fait ombre est une style ou une sphère. Dans ce cas la symétrie de l'ombre permet avec une relative facilité de trouver son centre et donc de déterminer l'instant auquel il tombe sur les lignes horaires (Fig 11).



Il faudrait, pour plus de précision, faire quelques considérations sur le changement de l' "obscurité" de l'ombre en fonction de la distance entre l'élément linéaire et le plan. En effet quand cette distance devient grande (supérieure à 200-300 fois le diamètre du style) il n'y a plus une zone d'ombre totale et la luminosité de la zone centrale augmente.

Le contraste entre la zone éclairée et la zone assombrie vient donc à diminuer en rendant à la fin presque impossible d'observer l'ombre du style même. (Fig 12). Un exemple de ce phénomène est la disparition de l'ombre des calles électriques suspendue en bordure des routes quand leur distance au sol devient trop grande.

Conclusions

La possibilité d'un cadran solaire conventionnel d'indiquer l'heure avec précision est compromise généralement par la largeur des lignes et l'imprécision du tracé, dans le cas de petits cadrans. dans des cadrans de grandes dimensions, s'ajoute la présence de pénombre, dûe au diamètre fini du Soleil.

Dans le projet de grands cadrans solaires il faudrait, pour cette raison, considérer l'effet de la pénombre, pour cela, utiliser des styles cylindriques, sphériques ou autres éléments symétriques permettant de déterminer avec une bonne précision le centre de leur ombre.





Le Shadow sharpener

Par Gianni Ferrari

Un "Shadow Sharpener" ou "intensificateur d'ombre"¹ est un instrument qui permet de visualiser la ligne de séparation entre l'ombre et la pénombre produites par un objet lointain éclairé par le Soleil. En d'autres termes, si nous avons un objet éclairé par le Soleil qui produit une ombre, un Shadow Sharpener permettra, avec une bonne approximation, de mettre en évidence la limite de son ombre "géométrique" ou "théorique". C'est-à-dire la ligne d'ombre que l'on obtiendrait si le Soleil avait un diamètre infinitésimal et réduit à son centre.

Nous pouvons construire des Shadow Sharpener (S.S) de différentes manières, éventuellement en recourant à des systèmes optiques plus ou moins complexes. L'appareil le plus simple et le plus ancien se base sur la projection, faite avec un simple trou sténopéique², de l'image du disque solaire et de l'objet qui produit l'ombre.

Les appareils de ce type furent probablement utilisés par les astronomes chinois il y a de nombreux siècles et certainement par des astronomes indiens au début de 1700 pour trouver avec précision la "limite" de l'ombre du gnomon du grand cadran solaire équatorial de Jaipur en Inde.

L'instrument est très simple. Il consiste en un petit écran opaque dans lequel est réalisé un trou circulaire de petite dimension. "L'écran" est un rectangle de carton, une mince lame de métal ou encore de plastique de quelques cm de côté. Le trou circulaire doit avoir un diamètre d'environ 1/2 mm à 2 mm. Un trou produit avec une grosse aiguille ou avec un clou dans une carte à jouer ou dans un rectangle coupé dans une feuille d'aluminium alimentaire permet d'obtenir rapidement un excellent S.S.

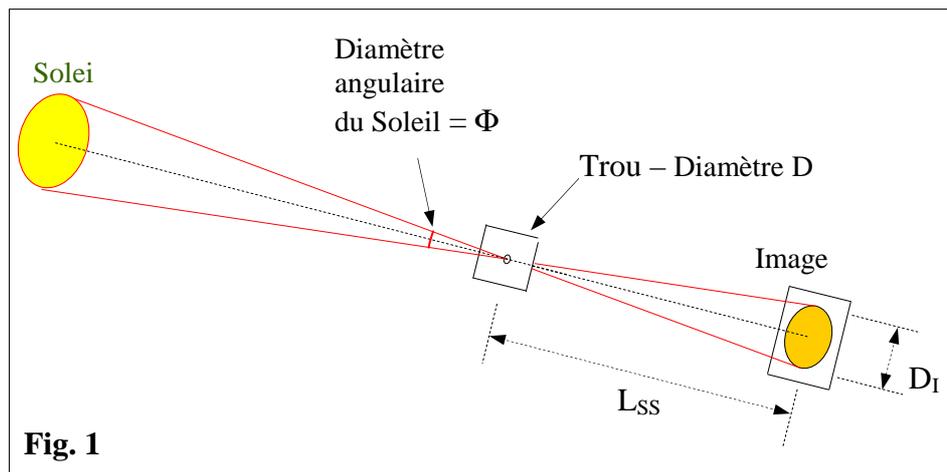


Fig. 1

¹ J'ai utilisé le terme anglais "Shadow Sharpener", abrégée en S.S, car à ma connaissance il n'y a pas en français de terme décrivant correctement ce dispositif et par le fait qu'il est universellement connu sous ce nom.

² Le terme sténopéique dérive du mot grec "steinôpos", formé par les deux mots "stenosis et opê" qui, traduits littéralement signifient "étroit" et "ouverture, trou" (les mots ayant la même racine sont par ex. "sténose" et "opercule"). Donc la locution "trou sténopéique" veut dire "trou de petite ouverture" ou "trou de petit diamètre". Le terme trou sténopéique se réfère aujourd'hui exclusivement au trou pratiqué dans le mur d'une chambre ou dans la paroi d'une boîte dont l'intérieur est sombre (chambre obscure). Il permet de projeter sur un plan opposé l'image des objets qui se trouvent devant à lui. Il est utilisé dans le "pin-hole photography".

Si nous disposons un S.S de manière à ce que son plan soit perpendiculaire aux rayons solaires, son trou projettera l'image du disque solaire sur un second écran parallèle (Fig 1). En indiquant par L_{SS} la distance entre le trou et l'écran-image; par D le diamètre du trou et par Φ le diamètre angulaire du Soleil (en radians), nous obtenons immédiatement la valeur du diamètre D_I de l'image produite:

$$D_I = L_{SS} \cdot \Phi_{rad} \approx \frac{L_{SS}}{107} \text{ avec } \Phi_{rad} \approx \frac{32'}{60} \cdot \frac{\pi}{180} \approx \frac{1}{107}$$

Comme simple règle mnémorique on peut dire que le diamètre de l'image est de 1 cm pour chaque mètre de distance. La distance L_{SS} est souvent indiquée comme "longueur" du S.S.

Supposons maintenant avoir un élément à bord rectiligne, interposé entre le Soleil et la petite plaque percée (le S.S), placé à une certaine distance de celle-ci. L'élément peut être un fil ou un câble, le bord supérieur d'un mur ou le bord d'un toit, le coin d'un gnomon incliné ou le style d'un grand cadran solaire, etc.

En raison du diamètre "fini" du Soleil, on obtiendra une zone de "pénombre" entre son ombre et la zone de pleine lumière. Cette zone de pénombre a une largeur $L_R \cdot \Phi_{rad}$, L_R étant la distance entre l'élément rectiligne et le plan ombragé. (Fig 2)

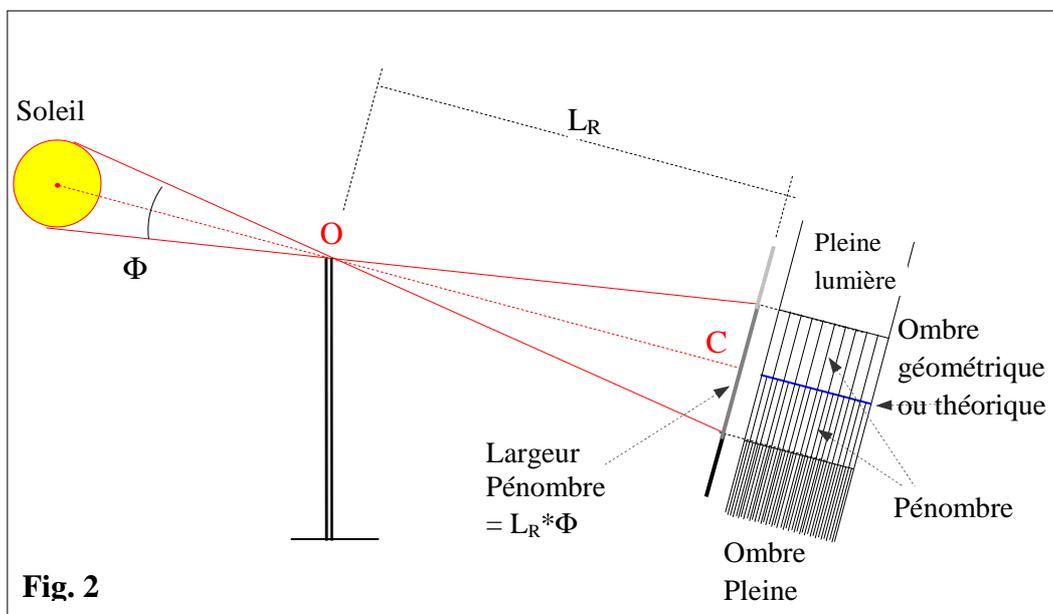


Fig. 2

Si un S.S est disposé de façon à intercepter le bord de l'ombre de cet élément rectiligne ("Objet assombrissant") et si leur distance est grande par rapport à la "longueur" du S.S., alors le trou produit l'image soit du profil de l'élément qui fait ombre, soit celle du disque solaire partiellement couvert. (Fig. 3)

Si nous tenons en main le S.S et le déplaçons de la pleine lumière vers la zone en pleine ombre, alors nous verrons d'abord le disque image complètement éclairé, puis, pendant que le trou entre dans la pénombre, l'image du disque qui peu à peu s'assombri.

Lorsque le disque solaire apparaît partagé exactement en deux parties, (3ème image de la fig. 4), la ligne de séparation entre l'ombre et la lumière coïncide exactement avec la ligne de l'ombre géométrique de l'élément à l'instant de l'observation. En effet, par définition, l'ombre géométrique est celle qui serait produite par le Soleil si son diamètre était nul, c'est-à-dire celle produite par le centre du Soleil.

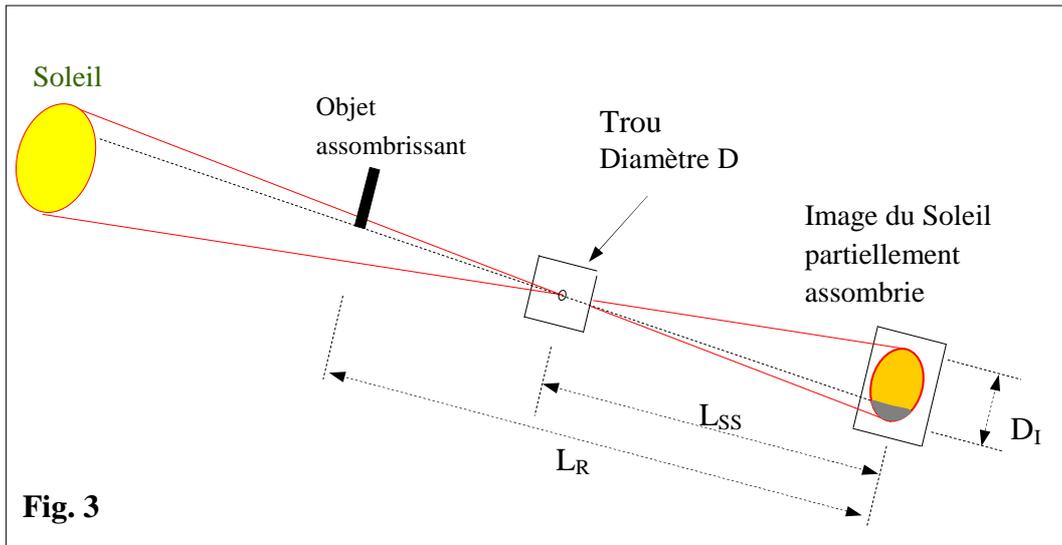


Fig. 3

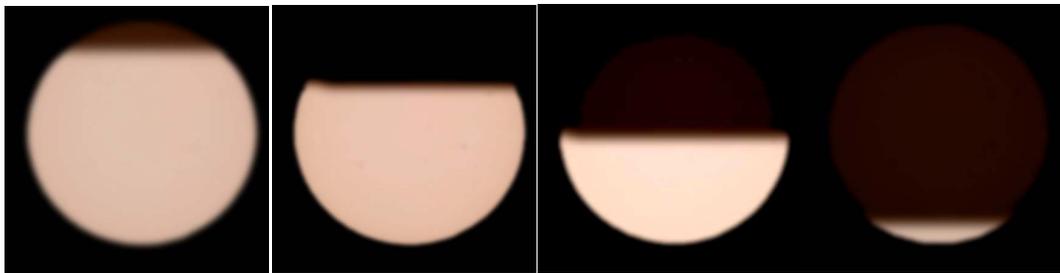


Fig. 4

Recherche de l'ombre théorique

La recherche de l'ombre théorique d'un élément linéaire, en particulier le bord d'un style, est l'application la plus importante du S.S :

- soit pour vérifier l'exactitude des lignes horaires d'un cadran solaire déjà tracé: fonction de vérification,
- soit pour définir le tracé des lignes horaires elles-mêmes: fonction de projet.

Dans le premier cas on peut maintenir un S.S immobile, éventuellement en le fixant à un support, de façon à projeter l'image du Soleil exactement sur une des lignes (par exemple, la ligne horaire de l'heure H) et attendre que l'ombre du bord du style arrive au trou. Alors, on verra le disque solaire s'assombrir lentement et l'on pourra déterminer avec une bonne précision l'instant où le disque même est exactement partagé en deux. C'est l'instant exact pour lequel notre cadran solaire marque l'heure H.

Dans le second cas par contre, si nous déplaçons comme il se doit le S.S., nous pouvons chercher à visualiser en continu le disque solaire partagé en deux et ensuite marquer sur le plan la ligne de séparation entre le disque éclairé et le disque en ombre, exactement au décocher de l'heure H.

La longueur L_{SS} du S.S est limitée par deux exigences différentes:

- Pour pouvoir déterminer assez confortablement et avec quelque précision le disque du Soleil exactement partagé en deux il faut que son diamètre soit au moins d'une dizaine de mm.
- Pour obtenir une image assez définie (peu floue) de l'élément qui produit l'ombre, la longueur L_{SS} doit être seulement une fraction de la distance L_R entre l'élément et le plan (Fig. 3).

À la suite de tests effectués par différents amateurs, il se trouve que la longueur L_{SS} optimum doit être comprise entre 70 et 150 cm (environ). Ces valeurs nécessitent une distance L_R du style d'au moins 3 - 5 m et produisant une image du Soleil d'un diamètre d'environ 7 - 14 mm.

Pour ces raisons, un S.S ne peut pas être utilisé pour la lecture de cadrans solaires de dimensions normales pour lesquels la distance entre le gnomon et le plan est toujours inférieur à 2-3 m. Il devrait avoir en effet une longueur inférieure à environ 40 cm pour une image du Soleil de seulement 4 mm de diamètre. Ce qui est peu utilisable pratiquement.

Erreurs - Précision des mesures.

Même si un S.S permet de trouver avec une excellente approximation la ligne de l'ombre théorique d'un gnomon à un instant donné, il est source d'erreurs. Il ne permet pas, comme on pourrait le penser, d'arriver aux précisions extrêmes. Les erreurs que nous pouvons rencontrer sont variables, j'énumérerai seulement les plus importantes.

1. L'image produite par un trou sténopéique est toujours entourée d'une bande floue dite d'"incertitude" ou suivant le terme Anglo-Saxons, de "fuzzyness". Celle-ci a une largeur à peu près égale aux dimensions plus grandes du trou.
2. La dimension du trou dans un S.S ne peut pas être réduite au-delà d'une certaine limite. Soit parce que l'image perd de sa clarté à cause de phénomènes de diffraction de la lumière, soit à cause de la diminution de la luminosité de l'image du Soleil.

L'examen de cette image devient assez difficile si elle est seulement juste plus lumineuse que la zone environnante. Plusieurs auteurs ont montré qu'il n'est pas utile de diminuer le trou en dessous de la valeur 0.7 - 1 mm de diamètre.

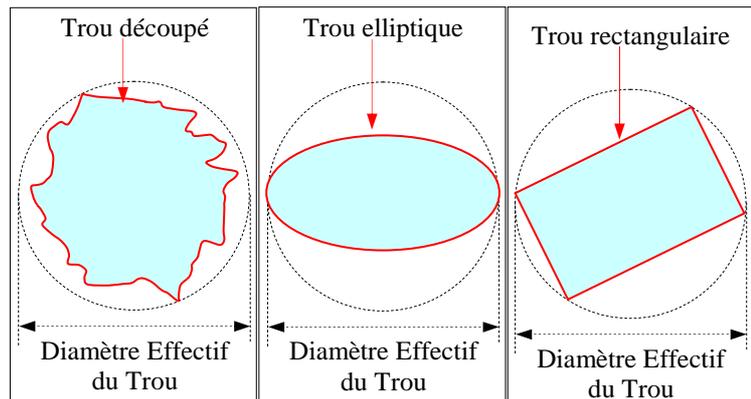


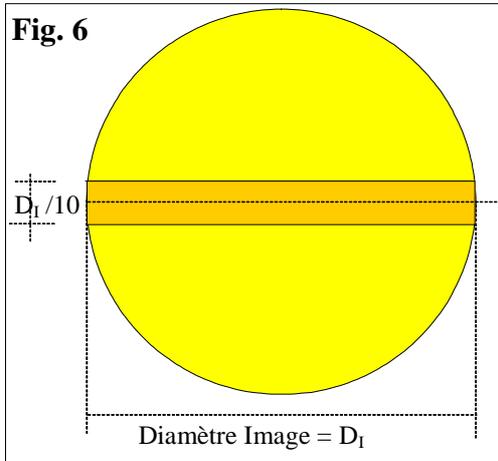
Fig. 5

3. Si le trou du S.S a le bord dentelé, il produit une zone floue large environ, comme le diamètre maximum des dents. D'une manière analogue si le trou n'est pas parfaitement circulaire, la bande floue est, en quelques points, large comme la dimension maximale du trou (Fig 5). Pour cette raison, outre la simplicité, le trou est toujours circulaire, bien que théoriquement sa forme soit sans importance. Dans le "pin-hole photography" on a recourt à des techniques spéciales pour la réalisation des trous, (comme p.e. le laser) car il est nécessaire que les trous aient une bordure bien régulière avec des diamètres de l'ordre du dixième de mm.

Pour déterminer avec précision l'instant auquel l'ombre de "l'élément-gnomon" partage en deux le disque du Soleil, il serait bien que le S.S produisît une image la plus grande possible et il serait ensuite opportun d'augmenter le plus possible la longueur du S.S, c'est-à-dire la distance L_{SS} entre trou et plan. Mais cela conduit à quelques inconvénients telle la difficulté d'avoir une image immobile lorsque le S.S est tenu en main et la diminution de l'éclairage du disque-image du Soleil (voir n. 2). Par le fait que la distance L_R entre "l'élément-gnomon" et le plan doit être au moins de 5 à 8 fois supérieures à la distance L_{SS}

(Fig 3), cette dernière ne peut pas être souvent portée à de grandes dimensions. Si le rapport L_R / L_{SS} diminue il a en effet un "flou" de l'image de "l'élément-gnomon" produite par le S.S.

4. En tout cas la détermination de l'instant où l'image du disque solaire est divisée par deux n'est pas facile. Aussi en supposant une incertitude de 1/10 du diamètre, ce qui est à mon avis déjà optimiste (Fig 6), l'erreur sur l'instant résulterait de $\pm \frac{1}{20} \cdot 2 \text{ min} = \pm 6 \text{ sec}$, sachant qu'en pratique le Soleil met 2 minutes pour se déplacer d'une quantité égale à son diamètre³.



Pour toutes les raisons énumérées ici, je ne crois pas que l'erreur totale sur l'instant auquel l'image du Soleil est partagé en deux, c'est-à-dire l'instant où l'ombre théorique passe pour une donnée point du plan, puisse être inférieure à $\pm 8 \leftrightarrow 10 \text{ sec}$.

Quelques curiosités

Outre l'utilisation décrite, un trou sténopéique ou un S.S permet de "voir" sur le terrain l'ombre par exemple d'un fil électrique, ou de voir les branches et les profils des feuilles d'un arbre jetant sur un mur une ombre entrecoupée par un ensemble de taches de lumière. Il est suffisant de mettre le trou à une certaine distance du mur, dans la zone d'ombre, et de le déplacer lentement avec patience. (Fig 7)

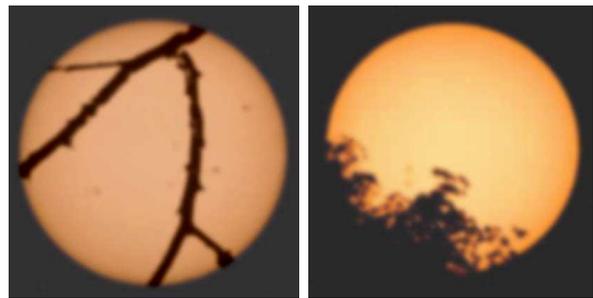


Fig. 7

Un S.S peut être fait très simplement en formant un trou entre les doigts de la main. Par exemple nous pouvons unir les pulpes du pouce et de l'index de chaque main et puis les aborder entre eux. Une autre manière est de fermer en premier une main comme un poing et de lever l'index en le maintenant plié. Entre lui et le poing se forme un petit trou apte à être utilisé comme simple S.S.

Un S.S permet de "voir" le profil d'un obstacle sur le fond du disque du Soleil. Il ne peut pas être utilisé dans les méridiennes à oeillette, c'est-à-dire dans les grands cadrans solaires construits en milieux fermé dans lequel un trou projette l'image du Soleil. En effet, pour ce type de cadran solaire, un S.S donnerait seulement une petite image du trou sans fournir l'image du disque du Soleil. Si l'on pouvait mettre l'oeil à la place du petit trou du S.S on ne verrait seulement que le trou de l'œillette du cadran solaire complètement éclairé par le Soleil, dont le disque, s'il n'était pas couvert, apparaîtrait très plus grand.

Méthodes différentes

Un S.S "optique" peut être obtenu très simplement en projetant l'image du Soleil avec de simple jumelle. Dans ce cas l'image est très agrandie, très nette et précise.

³ Car 1° d'angle horaire correspond aux 4 min de temps, en étant le diamètre moyen du Soleil d'environ 31', il emploiera $\approx \frac{31}{60} \cdot 4 \text{ min} = 124 \text{ sec}$

Un système différent pour obtenir les mêmes résultats d'un S.S serait de mettre notre oeil "derrière" ou "sur" la ligne horaire ou "derrière" le plan du cadran solaire et de ce point tourner le regard vers le Soleil. Si nous pouvions faire cela nous verrions le disque plein du Soleil (si notre oeil est "derrière" une zone éclairé) se déplacer lentement jusqu'à atteindre "l'élément-gnomon" et être alors assombri, exactement comme dans un S.S.

Pour pouvoir mettre l'oeil "sur" la ligne horaire il suffit de placer sur celle-ci un miroir, comme il a proposé pour la première fois en Mai 1999 par William Maddux, et chercher, au début avec patience, l'image réfléchi du Soleil. Évidemment il faut atténuer la brillance du Soleil en utilisant un verre de soudeur, une paire de "lunettes d'éclipse", un filtre solaire en mylar, ou plusieurs couches de pellicule photographique non exposée et développée.

ATTENTION ! Il ne faut **JAMAIS** regarder directement le Soleil ou son image réfléchi, sans une sûre protection des yeux.

⇒  **Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:**

Une étude avec démonstrations et formules de Gianni Ferrari (11 pages) sur la possibilité d'observer les taches solaires en utilisant une méridienne à chambre obscure.

<<VISIBILITÉ DES TACHE SOLAIRE avec UNE MÉRIDIANNE À CHAMBRE OBSCURE: Est étudiée ici, de manière qualitative et quantitative, la possibilité qu'une tache solaire ou qu'une planète interposée puissent être observés dans l'image du soleil projetée par le trou d'une méridienne à chambre obscure.

Quelques relations mathématiques sont données afin de recherche les conditions de visibilité suivant les valeurs mises en jeu>>.



Il a été mis aux enchères...

... à Lyon, par Claude AGUTTÉS SAS, en avril dernier, pour une estimation de 5000 à 6000 euros, un CADRAN SOLAIRE en forme de tambourin en laiton doré. Ce cadran est muni d'un calendrier du mois et porte les indications des phases de lune et pour le soleil de la notion jour et nuit.

Il est signé HANS DUCHER CAMPA STEN MACHER .

ZU NURNBERG MIT DER SCHLANGER.

Vers 1580-1590

Poinçon au serpent couronné





Cadran insolite sur colonne

Par Manuel Pizarro Gavilan Traduction de Roselyne Costa

Manuel Pizarro Gavilan a découvert en septembre 2007 dans l'ancien couvent de La Baumette à Angers, un cadran solaire tracé sur une colonne. Il nous fait l'honneur de publier dans notre revue son analyse sur ce cadran insolite. En fin d'article, Denis Savoie présente en complément une "Note sur les cadrans cylindriques à chapeau".

Introduction

L'éternelle recherche de nouveaux systèmes pour enregistrer, organiser et mesurer le temps qui passe est liée au développement intellectuel et technologique, mais il est également indissociable des mythes et des croyances profondément ancrés dans la société, de ses manifestations artistiques et de la perception biologique et psychologique que l'homme a de lui-même¹.



Ainsi, à partir de l'Antiquité, l'utilisation des cadrans solaires se répand² et ils deviennent des instruments scientifiques avec l'apparition du tout premier « gnomon »³, importé de Babylone par les grecs dans leurs recherches pour comprendre la mécanique du Système Solaire⁴.

Par leur forme et leur mode de fonctionnement, les cadrans solaires indiquent l'heure, les saisons et le mouvement apparent du Soleil dans le ciel. Mais ils sont également le reflet d'un artisanat de qualité. Ce sont des objets qui remplissent leur fonction tout en dégageant une puissante image de résistance au temps et de pérennité⁵. Déjà au Moyen-âge la Gnomonique commence à rivaliser avec l'horlogerie mécanique⁶ pour occuper une place dans la science du contrôle du temps et les progrès des mathématiques, de l'astronomie et de la cartographie contribuent à l'invention de nouveaux modèles plutôt ingénieux⁷, portables comme fixes, sur des supports très variés. Mais les cadrans solaires perdent de leur utilité dans la société du XX^{ème} siècle. Ils tombent dans l'oubli et deviennent alors des objets décoratifs sur les façades des maisons, du matériel pour les collectionneurs ou, pour quelques-uns, des curiosités scientifiques.

Au cours d'une visite touristique en septembre 2007 dans l'ancien couvent de « La Baumette » à Angers (Maine-et-Loire) lors des Journées Européennes du Patrimoine, l'auteur de ce travail eu l'occasion de découvrir un cadran solaire d'une grande originalité (Fig.1) dans l'une des cours de l'édifice. Signalons qu'en dépit du fait qu'il s'agisse d'un ensemble

¹ Kristen Lippincott, *El tiempo a través del tiempo*, Grijalbo Ed., 2000, p. 29-165

² Sharon Gibbs, *Greek and Roman Sundials*, Yale University Press, 1976, p. 3-11

³ Denis Savoie, *Les Cadrans Solaires*, Ed. Belin – Pour la Science, 2003, p. 40. Cet ancêtre des cadrans solaires, dont le nom grec signifie "indicateur", n'est autre qu'un style vertical dont l'ombre est projetée sur une superficie plane et horizontale.

⁴ David King, *In Synchrony with the Heavens. Studies in astronomical timekeeping and instrumentation in medieval Islamic Civilization*, Volume Two: instruments of mass calculation, Ed. Brill, 2005, p. 81-91

⁵ Mark Lennox-Boyd, *Sundials. History, art, people, science*. Frances Lincoln Ed., 2005

⁶ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, 2001, p. 15-25

⁷ Kathleen Higgins, The classification of sundials, *Annals of Science*, Vol. 9 (4), 1953, p. 342 – 358

gnomonique constitué de divers cadrans situés sur une colonne et sa base, ce cadran solaire n'était pas répertorié par la Société Astronomique de France (SAF)⁸, et n'apparaissait pas non plus dans les catalogues du patrimoine régional qui recensaient pourtant d'autres types de cadrans solaires plus communs⁹.

Par conséquent, l'objectif de ce travail est de décrire ce curieux cadran solaire, d'expliquer son fonctionnement et d'analyser ce qui fait sa rareté et son originalité.

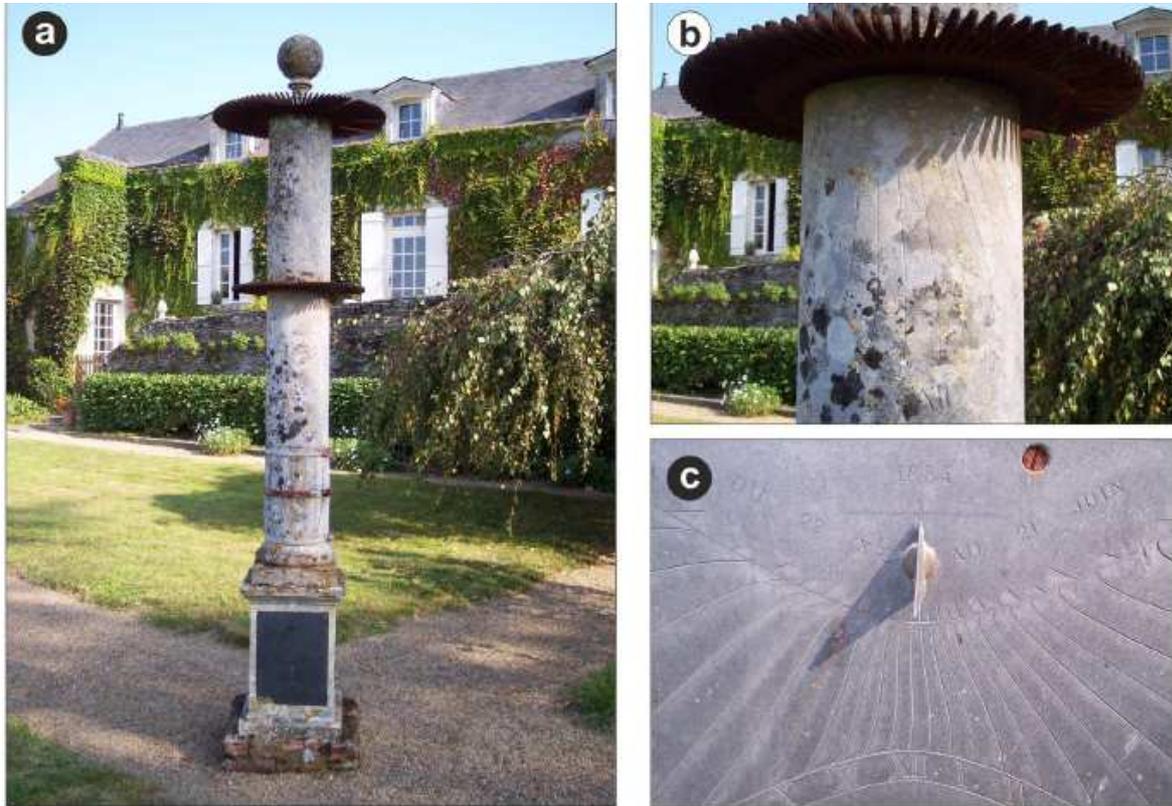


Fig. 1: a) Vue générale du cadran solaire de La Baumette. b) Cadran inférieur de la colonne. c) Cadran vertical supérieur. (Photos: M. Pizarro)

La Baumette, bref historique

L'ancien couvent de La Baumette est un édifice dont l'histoire est riche et particulièrement intéressante, du fait qu'il ait souvent changé de propriétaire et de fonction au fil des années. Il est situé sur le dernier éperon rocheux de la vallée de la Maine, juste en amont de la confluence avec la Loire et au sud de la commune d'Angers (Fig.2). Inscrit dans le catalogue des Monuments Historiques en 1941 et en restauration depuis la moitié du XXe siècle, il se distingue par l'ampleur de son patrimoine artistique et par la singularité de son architecture¹⁰.

Son origine remonte à l'année 1452, lorsque René, Roi de Sicile et Duc d'Anjou, pose la première pierre du couvent¹¹ consacrée à Sainte Marie-Madeleine sur le « Roc de Chanzé »,

⁸ *Cadrans solaires français catalogués (CSFC) par la Commission des Cadrans Solaires*, Société Astronomique de France, 2007

⁹ Aude Guineheuc y Rémy Toulouse (dir), *Patrimoine des communes de Maine-et-Loire, Pays de la Loire*, Paris, Flohic éditions, 2001

¹⁰ Hector Godard-Faultrier, *L'Anjou et ses monuments*, t. 2, Les Ed. De la Tour Gile. 1840, p. 342

¹¹ Le début de la construction du monument date du 25 octobre 1452, mais les travaux ont duré jusqu'au 30 août 1454. Les documents de fondation datent l'entrée des Cordeliers au 30 janvier 1456, confirmés par la suite par le Pape Paul II dans une bulle du 6 décembre 1467. Péan de la Tullerie, *Description de la ville d'Angers*, 9^e ed., réimpression de l'édition d'Angers de 1869. Laffitte Reprints, Marseille. 1977, p. 230-231

alors propriété du Comte de Laval qui l’offrit au Roi sur le conseil de sa seconde et jeune épouse¹². C’est à partir de ce moment que l’endroit va porter le nom de La Baumette¹³ –ou la petite Baume¹⁴- évoquant ainsi la grotte de Provence où la Sainte passa les derniers jours de sa vie.

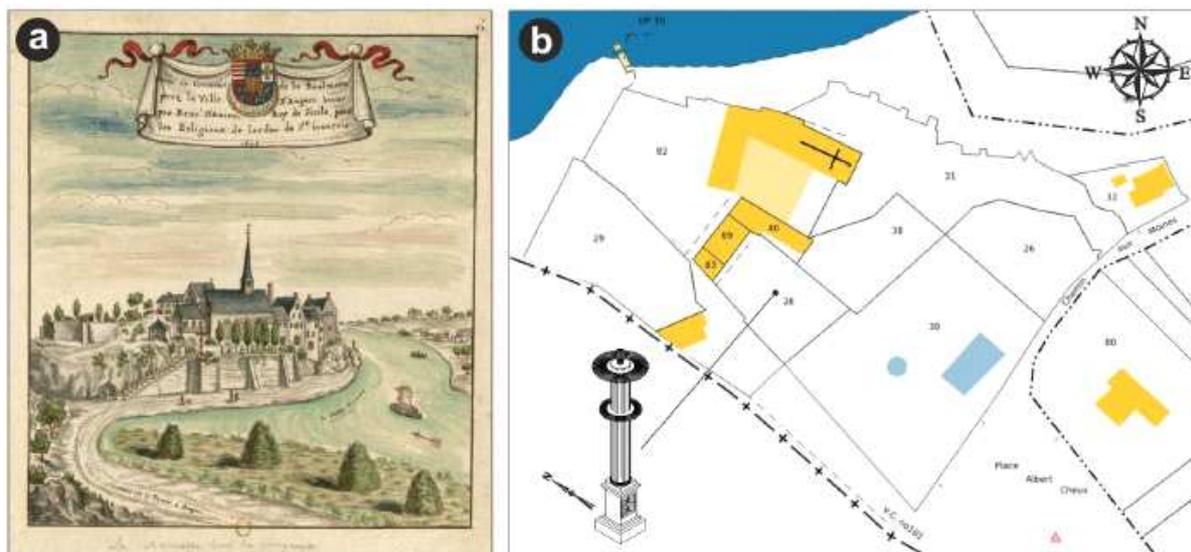


Fig. 2: a) Couvent de La Baumette [Louis Boudan, *Veüe du Couvent de la Baulmette prez la ville d'Angers, bastie par René d'Aniou Roy de Sicile, pour les Religieux de lordre de St François*, 1696] Source: *Bibliothèque Nationale de France*. b) Plan cadastral de l’ancien couvent de La Baumette. Source: *Ministère du budget, des comptes publics et de la fonction publique*.

En 1456, les Cordeliers¹⁵ occupent l’édifice fraîchement construit qui s’organise selon le plan bénédictin classique. Avec les pierres extraites les moines construisent progressivement des murets pour faire les terrasses, et les jardins s’échelonnent sur quatorze niveaux différents, du haut des rochers jusqu’à la rive de la Maine. Pendant de nombreuses années le couvent reçoit d’illustres visiteurs comme Anne de Bretagne (1490) et Rabelais (1510). Mais en 1596 il est à nouveau occupé par les frères récollets qui fondent la première congrégation de cet ordre en France et occupent les lieux jusqu’en 1791, réalisant d’importantes transformations dans l’édifice, principalement dans le cloître et dans l’église¹⁶.

Ayant abrité un hospice et une infirmerie avant la Révolution, le couvent est vendu comme bien national le 4 octobre 1791 puis il est racheté par M.J.J. de Jully, propriétaire du domaine voisin de Châteaubriant. De 1820 à 1830 il le cède au Séminaire comme maison de campagne¹⁷, mais les édifices tombent en ruine et l’évêque les revend à M. Jules Cheux, avocat au Tribunal Imperial d’Angers, qui entreprend d’importantes restaurations.

¹² Jaques Saillot, *Dictionnaire des rues d'Angers. Histoire et anecdotes*, t. I, Atelier d’Art Philippe Petit, Angers, 1975, p. 62-64

¹³ Appelée Balmeta (XVe s.), La Basmette (1456, Saint-Nicolas Brionneau), forme employée par Rabelais dans son oeuvre *Gargantua* (livre IV, cap. 12: “*Cet enfant nous abuse; car les estables ne son jamais au hault de la maison! – Cest, dit le maistre d’hostel, mal entendu à vous; car je sçay des lieux, à Lyon, à la Basmette, à Chaisnon et ailleurs, où les estables sont au plus hault du logis*”), *La Bamette* (s. XV-XVIII) (1778, Pean de la Tullerie) y *La Balmette* (1779, el abad Olivier). Célestin Port, *Dictionnaire historique, géographique et biographique de Maine-et-Loire*, Atelier d’Art Philippe Petit, Angers, Réédité del originale, 1975, p. 230

¹⁴ Le mot “baummo” signifie grotte en provençal.

¹⁵ Nom donné aux franciscains en France avant la Révolution.

¹⁶ Célestin Port, *Dictionnaire historique, géographique et biographique de Maine & Loire et de l’ancienne province d’Anjou*, t. I, H. Siraudeau & Cie, Angers, 1965, p. 261

¹⁷ Célestin Port, *Loc. cit.*

la présence d'un héliographe de Campbell²⁴ servant à l'enregistrement des heures du soleil qui fut mis en fonctionnement en 1884.

Fig. 3: a) Portrait d'Albert Cheux.
Source: Archives Départementales de Maine-et-Loire.

Selon les notes relevées dans ses fichiers, la station se situait à 47° 27' 2'' de latitude nord et 2° 53' 54'' de longitude ouest, et les observations étaient réalisées tout au long de la journée (7h, 10h, 13h, 16h, 19h et 21 h.), parfois avec l'aide de son jardinier ou de ses assistants, surtout en hiver et durant les heures nocturnes²⁵.

Diffusion et évolution des cadrans de hauteur sur colonne

Dès l'Antiquité, on commence à construire des cadrans solaires qui fonctionnent selon la variation de la hauteur du Soleil²⁶, principalement en Egypte et en Chaldée où les latitudes moins élevées se traduisaient par des variations plus spectaculaires de l'ombre²⁷. Et ce n'est qu'au premier siècle de notre ère²⁸ qu'apparaissent les premiers cadrans de hauteur cylindriques de type portable que nous connaissons aujourd'hui²⁹. Mais les exemples les plus connus sont ceux que l'on appelle les cadrans « de berger », instruments de voyage ou instruments de poche qui furent très utilisés dans les pays méditerranéens au XVIe et XVIIe siècles³⁰.

En Europe, on trouve des références à ce modèle dans la copie latine d'un traité arabe sur l'astrolabe réalisée par Hermannus Contractus³¹ (1013-1056), bien que des manuscrits prouvent que ce type de cadran fut également utilisé en Inde³² au XV^{ème} siècle, mais en remplaçant le mécanisme qui permet la mobilité du gnomon par une série d'orifices dans la partie supérieure du cylindre. Cette manipulation sur les cadrans de hauteur portables est nécessaire avant son utilisation, c'est-à-dire qu'il faut régler la date pour positionner adéquatement le style et pouvoir lire l'heure.

Avec le temps, les cadrans solaires sont adaptés et placés sur des cylindres ou sur des colonnes fixes³³, sans style mobile, et plus complexes en ce qui concerne le calcul et le dessin³⁴. Ainsi, en 1646, le jésuite allemand Athanasius Kircher publie à Rome son oeuvre «

²⁴ Ibid, p. 166

²⁵ Ibid, p. 166-167. Pendant la période favorable, de Pâques à la Toussaint, il résidait à La Baumette, mais le reste de l'année et à partir de 1881 il habitait à Angers (47, rue Delaâge) et se rendait à pied jusqu'à l'ancien couvent, d'où il ne retournait en ville que pour manger ou relever son courrier.

²⁶ José Lull, *La astronomía en el antiguo Egipto*, Universitat de València, 2006, p. 145-157

²⁷ René Rohr, *Les Cadrans Solaires. Histoire, théorie, pratique. Traité de Gnomonique*, Ed. Obelin Strasbourg, 1986, p. 160-161

²⁸ Mario Arnaldi et Karlheinz Schaldach, A Roman Cylinder Dial: Witness to a Forgotten Tradition, *Journal for the History of Astronomy*, vol. 28, 1997, p. 107-117

²⁹ Karlheinz Schaldach, *Römische Sonnenuhren. Eine Einführung in die antike Gnomonik*, Verlag Harri Deutsch, 2001, p. 41-47

³⁰ Hester Higton, *Sundials. An illustrated history of portable dials*, Philip Wilson Publisher, 2001, p. 16

³¹ Hermannus Contractus Augiensis, *De utilitatibus astrolabii libri duo, Cap. I. Demonstratio componendi cum convertibili sciothero horologici viatorum instrumenti* ("Componitur quoddam simplex et parvulum viatoribus horologicum instrumentum, quod in modum teretis et aequalis grossitudinis pali seu cilindri formatum atque suspensum in summitate transversim orthogonaliter affixum, et circumvertibilem habet sciotherum")

³² Yukio Ôhashi. The cylindrical sundial in India. *Indian Journal of History of Science*, vol. 33 (4), 1998, p. 161

³³ Augustin Charles Daviler, *Cours D'Architecture qui comprend Les Ordres De Vignole: Avec des Commentaires, les Figures & Descriptions de ses plus beaux Bâtiments ... & tout ce qui regarde L'Art De Bâtir ; Avec Une Ample Explication par ordre Alphabétique de tous les termes*, t. 1, Paris, 1720, Lámina 93, p. 307.

L'auteur présente la diversité des colonnes dans l'architecture, parmi lesquelles celle qu'il nomme la "colonne gnomonique", avec un cadran de style polaire.

³⁴ Dans de nombreux textes classiques on explique comment construire ce genre de cadrans solaires, de forme concave ou de forme convexe, en utilisant des styles droits et polaires. Jean Jacques Sédillot, *Traité des instruments astronomiques des arabes, composé au treizième siècle par Aboul Hhassan Ali, de Maroc, intitulé Jami' al-mabadi' wa-al-ghaat. Traduit de l'arabe sur le manuscrit de Abū al-□asan □Alī Marrākushī de 1147 de*

Ars magna lucis et umbrae » qui réunit tout le savoir gnomonique de l'époque. Dans cet énorme ouvrage, il décrit un cadran solaire sur colonne avec style droit³⁵ et montre une nouvelle typologie de gnomon³⁶ en forme de chapeau dentelé ou « chapeau filtrant » comme le nommera par la suite le gnomoniste René Rohr³⁷. Plus tard, au XVIII^{ème} siècle, le mathématicien Jacques Ozanam³⁸ attribuera cette invention au Père Quenet³⁹, bénédictin à l'abbaye de Saint-Germain-des-Prés -mais dans ce cas, le gnomon apparaît sans entaille sur le bord extérieur (Fig.4a)- et, des années plus tard, dans son livre *Gnomonique Graphique*, Joseph Mollet détaillera sa construction de façon plus précise au travers de graphiques⁴⁰.

Le cadran solaire le plus original et le plus audacieux de l'époque (Fig.4b) fut sans doute celui qu'installa Alexandre Pingré sur la colonne Médicis à Paris⁴¹, cadran dont le gnomon était composé de multiples styles⁴² en forme de demi-cercle ou en « demi-chapeau ». Mais devant le mécontentement de la population qui lisait l'heure avec grande difficulté, on décida de le remplacer⁴³ vers 1889.

Difficiles à réaliser⁴⁴, les cadrans solaires à chapeau sont rares après le XVII^e siècle et ce n'est qu'au XX^{ème} siècle, à partir des années 70, que Monsieur Rohr⁴⁵ trouve deux très beaux exemplaires monumentaux à Lorquin⁴⁶ (Moselle) et à Saverne⁴⁷ (Bas-Rhin). Même

la Bibliothèque royale, Tome II, Paris L'Imprimerie royale, 1834, p. 586-589, Planche XXVI, Fig. 128. Georg Hartmann, [Collectio figurarum], Eine reiche Sammlung von Kupferstichen u. Holzschnitten, welche Sonnenuhren u. andere astronomische Instrumente darstellen, s.l., 1527. Andreae Schoneri, Gnomonice hoc est: De descriptionibus horologiorum sociotericorum omnis generis, projectionibus circularum sphaericorum ad superficies, cum planas, tum conuexas concauasque, sphericas, cylindricas, ac conicas item delineationibus quadratum, annulorum, & c. libri tres, 1562, p. 39-58.

³⁵ *Liber Sextus. Proteus Sciathericus, Sive Astrolabio-Graphia Figurata. ... Pars Prima. De Horolabiis Catholicis. Caput II., De nova omnis generis horarum, sirculorumque coelestium in quorumcunque corporum concavas, extimasque superficies proviendi ratione. Problema IX., In cylindro concavo horas una cum circulis coelestibus gnomonice delineare, p. 483*

³⁶ *Liber Sextus. Proteus Sciathericus, Sive Astrolabio-Graphia Figurata. ... Pars Secunda. De Aequinoctialibus Horoscopiis cuiuslibet figurae inscribendis. Caput III., De portatilibus variae formae, ope umbrarum tam reclarum, quam versarum, ex tabulis altitudinum solarium conficiendis horolabiis. Problema X., Dato quovis simulacro, in eo, instrumento observatorio, omnis generis horas describere, p. 502*

³⁷ René Rohr, *Les Cadrans Solaires*, Op. cit., p. 161. A aucun moment cependant, Kircher ne se réfère à ce cadran en utilisant l'expression « chapeau filtrant », mais il parle du gnomon en « modus pectinis dentatus », avec des styles couronnant la colonne à 360° et séparés de 1°.

³⁸ Jacques Ozanam, *Recreation Mathématique et Physique...*, Tome III, *Probleme XVIII. Décrire un cadran pur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horizon & immobile*, 1778, p. 256. Planche 13, fig. 27

³⁹ Il existe cependant des références antérieures à ce type de gnomon comme l'a récemment montré le spécialiste de la gnomonique Nicola Severino à propos d'une miniature appelée « Astronomo con alcuni strumenti » où apparaît un cadran solaire de type « chapeau » comme celui que Kircher décrira trois siècles plus tard, mais dans sa version portable, ce qui prouve également que ce modèle était utilisé au XIV^e siècle. Gautier de Metz, *L'image du monde* de, Manuscrito Ashb 114, c. 1r, s. XIV, Biblioteca Medicea Laurenciana de Florencia

⁴⁰ Joseph Mollet, *Gnomonique graphique ou Méthode simple et facile pour tracer les cadrans*, Paris, 1837, Problème onzième, p. 62

⁴¹ *ette colonne*, Paris, Chez Barrois, 1764

⁴² Denis Savoie, L'ancien cadran solaire de la colonne Catherine de Médicis à Paris, *L'Astronomie*, Vol. 112, 1998, p. 38-43. Le cadran de Pingré était un cadran solaire cylindrique avec 15 styles (de 1,4 m de long) qui projetaient l'ombre sur une colonne de 15 m de haut et 1,54 m de rayon. En été et à certaines heures, la lecture de l'heure était virtuellement impossible près du point de convergence des lignes horaires en raison de son tracé particulier.

⁴³ André Gotteland, *Les cadrans solaires et méridiennes disparus de Paris*, Cnrs Éditions, 2002. P. 94-95

⁴⁴ Yves Opizzo, *Les Ombres des Temps. Histoire et devenir du Cadran Solaire*, Ed. Burillier, 1998, p. 63-64

⁴⁵ René Rohr, *Les cadrans solaires à chapeau filtrant de Saverne et de Lorquin, Les Vosges*, 1977, p. 1-4

⁴⁶ [CSFC - n° 5741401-1]. Ensemble gnomonique provenant du château de Zuffal, composé d'un dodécaèdre à faces pentagonales et d'un cadran de hauteur à chapeau filtrant.

⁴⁷ [CSFC - n° 6743702-1]. Cadran cylindrique à chapeau filtrant sous un dodécaèdre, sur lequel est posée une sphère servant également de cadran solaire.

dans les revues⁴⁸ les plus récentes et les plus importantes de gnomoniques, rares sont les références⁴⁹ aux cadrans solaires de hauteur avec ce type de gnomon⁵⁰.

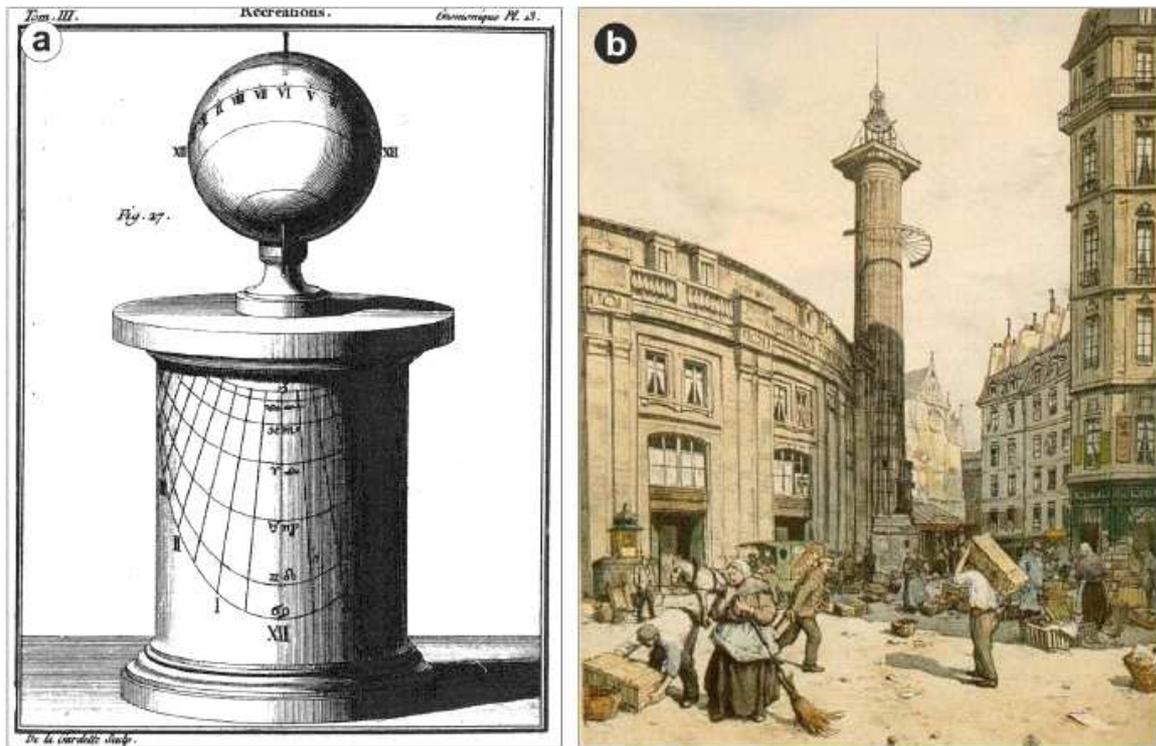


Fig. 4: a) Cadran solaire de type “chapeau” décrit par J. Ozanam. Source : *Bibliothèque Nationale de France*. b) Cadran de Pingré situé à Paris [Novak 400 Bourse du Commerce, Soc. Graveurs Modernes, 1924, Lithographie] Source: *Catalogue Raisonné of the Graphic Art of the Czech Artist Tavik František Šimon (1877-1942)*, Arthur Novak, Praga, 1937

Description du cadran solaire de La Baumette

Le cadran solaire se trouve au sud du cloître du bâtiment conventuel ($47^{\circ} 48' N$, $0^{\circ} 55' W$), près de la porte d’entrée principale de l’enceinte par la place Albert Cheux et près du chemin qui descend jusqu’aux rives de la Maine (Fig.2). Il occupe une place de choix au centre de la cour, puisqu’il a été placé au croisement de deux petits chemins de terre qui séparent les espaces verts du jardin et avec une orientation nord-sud.

Il est tout d’abord constitué d’une imposante colonne verticale en grès (de 2 mètres de haut et 14 centimètres de rayon) qui s’appuie sur une base quadrangulaire (de 90 centimètres de haut) et qui est couronnée d’une sphère (de 8,5 centimètres de rayon) posée sur un petit socle, ce qui fait une hauteur totale de 3,17 mètres depuis le sol jusqu’au point le plus haut (Fig.5a).

Au premier coup d’oeil, on distingue plusieurs éléments différents sur la colonne : un cadran solaire taillé sur la surface du premier tiers et un second cadran à peu près au milieu de la colonne, chacun avec leur gnomon respectif. Sur les deux cadrans, le tracé des lignes horaires commence à être un peu illisible à cause de l’érosion et du mauvais état de conservation, mais on note surtout la disposition des deux gnomons en forme de chapeau,

⁴⁸ Alexandre Vial, A. Théorie du cadran à chapeau, *Cadran Info*, n° 20, 2009

⁴⁹ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari. Storia, teoria, pratica, costruzione, esempi*. Ed. Technimedia, 1988, p. 428, fig. 313. Cet auteur utilise la formule “tettoia circolare” pour désigner le style.

⁵⁰ L’Association Sciences en Seine et Patrimoine (ASSP) inaugura en mai 2007 un cadran solaire sur colonne dans les jardins de Saint-Martin de Boscherville similaire à celui que décrit Ozanam. [CSFC - n° 7661402-2]

constitués pour chacun d'entre eux de nombreux styles plats en fer, tels des lames, qui sont répartis à 360 degrés autour de la colonne.

Dans celui du cadran supérieur, les styles, au nombre de 96, ont une longueur de 20 cm, du bord de la colonne jusqu'à leur extrémité. Les styles du cadran inférieur de la colonne, au même nombre, sont cependant un peu moins longs, avec une longueur de 10 cm jusqu'à la pointe. Si l'on coupait horizontalement la colonne en deux, on noterait que ces derniers convergent tous vers son centre, séparés entre eux par un angle de 3,75 degrés depuis leur axe, rappelant la forme d'un cadran de Pingré, sauf qu'ils occupent tout le périmètre de la colonne (Fig.5b). En outre, on observe la présence d'un solide cercle métallique de 6 centimètres de rayon entourant la colonne pour la maintenir, et l'on note également que certains des styles ont été perdus à cause de l'oxydation du métal (Fig.7b).

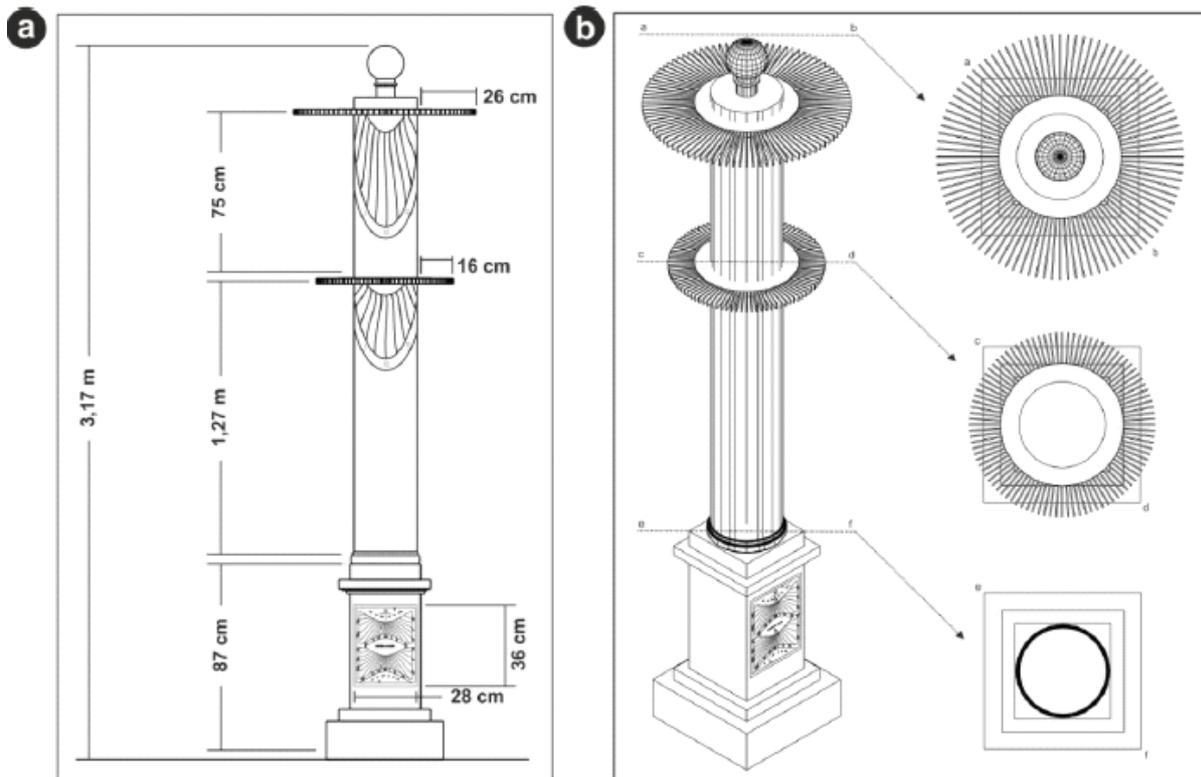


Fig. 5: a. Dimensions et b. Modèle en 3D du cadran de La Baumette (Dessins: M. Pizarro)

Les graduations tracées pour la lecture des heures sont peu habituelles et cela indique qu'il a fallu une solide connaissance des concepts astronomiques pour le construire. D'une part, chaque cadran de la colonne présente des lignes de lecture horaire en forme sinusoïdale (Fig.6), ou pour être plus précis, en forme du « S » allongé que l'on trouve dans une « courbe en huit »⁵¹, qui correspondrait à la période hiver-printemps pour le cadran supérieur et été-automne pour le cadran inférieur⁵². D'autre part, ces courbes sinusoïdales sont situées toutes les demi-heures entre le lever et le coucher du Soleil sur les deux cadrans⁵³.

⁵¹ nis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 23. Pendant longtemps, les montres de gousset et les horloges mécaniques étaient réglées sur l'heure solaire vraie, qui mesurait le passage du Soleil par le méridien local, jusqu'à ce qu'on ait connaissance, au XVIIIe siècle, d'une innovation en matière de gnomonique. Il s'agit de la courbe en huit, qui inclut l'équation du temps, c'est-à-dire la différence entre le temps solaire vrai ou apparent et le temps solaire moyen, différences que l'on doit principalement à l'inclinaison de l'écliptique et à l'excentricité de l'orbite terrestre qui peut parfois aller jusqu'à 17 min.

⁵² Comme les valeurs de l'équation du temps ne sont pas les mêmes tout au long de l'année, on peut construire des cadrans de deux saisons uniquement qui ne sont valables que la moitié de l'année, ou bien construire deux

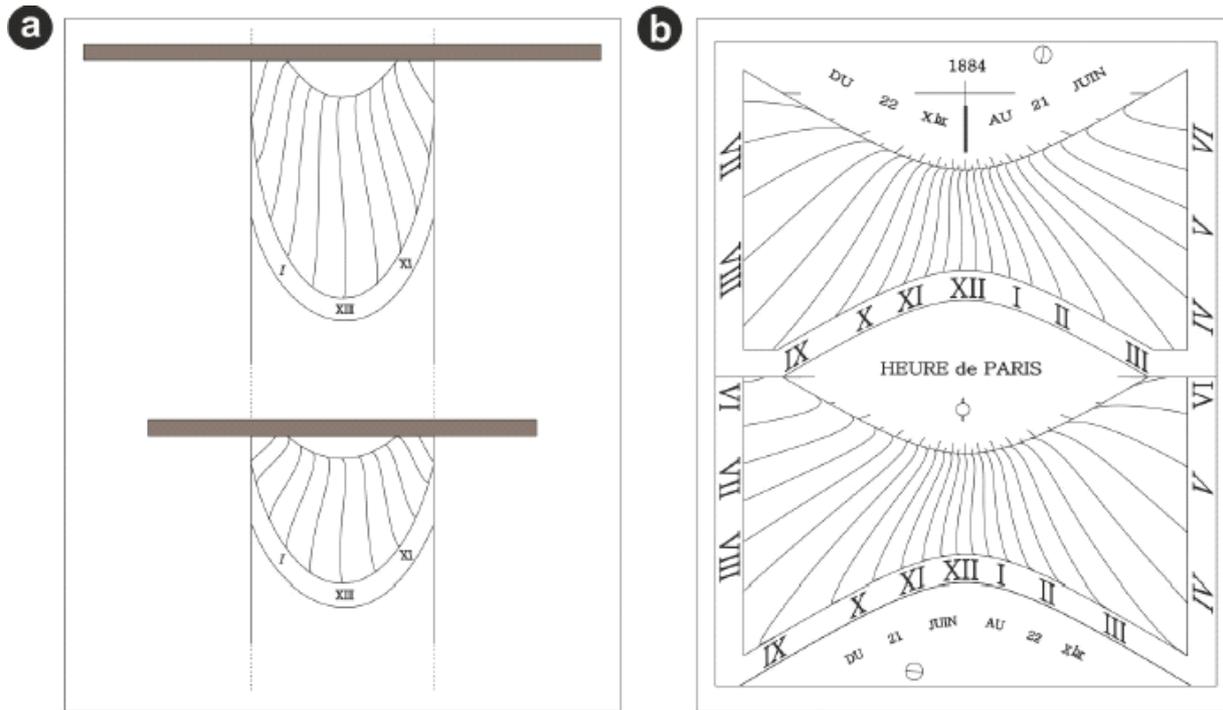


Fig. 6: Reconstruction des lignes horaires pour les cadrans de la colonne (a) et les cadrans verticaux de la base (b) (Dessins: M. Pizarro)



▲ Fig 7b: Des inscriptions horaires et du chapeau où l'on voit très nettement qu'il manque certains styles

Dans le tiers inférieur de la colonne, trois cercles métalliques (Fig.7a) maintenus par des vis empêchent qu'elle se casse et ne tombe à cause d'une énorme fissure provoquée par le passage du temps.

Fig. 7a : Détail de la fissure ►

Les heures sont écrites en typographie latine (Fig.7b), mais aucun signe du zodiaque n'apparaît pour les hyperboles correspondant aux solstices et qui délimitent les lignes horaires, la courbe inférieure de chaque cadran étant celle qui comporte les indications horaires, au-dessus d'une autre courbe qui lui est parallèle.



cadrans séparés. Rafael Soler Gayá, *Diseño y construcción de relojes de sol y de luna. Métodos gráficos y analíticos*, 2^a ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Baleares, 1997, p. 104

⁵³ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 41-62. Fréquemment, la « courbe en huit » se superpose à la ligne de midi pour indiquer le Temps Moyen selon les saisons, mais il est également possible de remplacer chaque ligne horaire par cette courbe. Le cadran indique alors directement l'heure moyenne ou, s'il inclut la différence de longitude, l'heure en Temps Universel.

Sur la base où s'appuie la colonne apparaissent également deux cadrans méridionaux de type vertical, gravés sur un cadre (« une table ») en ardoise (de 25 cm de large pour 3 cm de haut). Comme pour les cadrans de la colonne, ils ont tous les deux été dessinés pour la lecture du Temps Moyen lors des différentes saisons (Fig.6), situation signalée par une légende sur le cadran supérieur (« Du 22 Xbr au 21 Juin ») et par un autre pour le inférieur (« Du 21 Juin au 22 Xbr »)⁵⁴. Seul le cadran supérieur conserve le gnomon polaire (Fig. 1c et 7c), en forme de triangle métallique, fixé à sa surface et les signes de détérioration sont visibles sur les coins du cadre en ardoise, surtout sur le coin inférieur gauche où l'on distingue une grande fissure.



◀ Fig 7c : cadran vertical inférieur dépourvu de gnomon

Comme il est plus facile de tracer les lignes horaires sur une surface plane, on trouve plus de détails sur le dessin de ces cadrans. Ainsi, entre les courbes sinusoidales de lecture, également situées toutes les demi-heures, sont insérées des petites marques sur l'hyperbole qui définit le solstice d'été pour indiquer l'heure solaire véritable du méridien local. Cependant, la fonction principale de ces cadrans est d'indiquer l'heure en Temps Universel selon le méridien de Paris, c'est pourquoi ils présentent une correction par longitude⁵⁵, comme l'indique la phrase située entre les deux cadrans (« Heure de Paris »).

On notera également la présence d'indications latines désignant les heures, sur les bords entourant les cadrans et notamment sur les côtés, où les chiffres s'inclinent de façon très esthétique. Il est en outre très significatif que l'ensemble soit daté de l'année 1884, sur le bord du cadran vertical supérieur⁵⁶.

Il s'agit en définitive d'un ensemble gnomonique composé de deux cadrans avec gnomon à *chapeau multi-styles*, d'un diamètre supérieur à celui de la colonne leur servant de support, et de deux cadrans verticaux méridionaux à sa base, avec indication de l'heure en temps solaire véritable et en Temps Universel selon le méridien de Paris.

Fonctionnement

Un cadran solaire indique essentiellement l'heure solaire ou, plus exactement, l'angle horaire du Soleil⁵⁷, et, selon la façon dont cet angle sera calculé, on pourra classer ces instruments en deux catégories principales⁵⁸ : ceux qui dépendent de la variation de la hauteur du soleil au cours de la journée (cadrans de hauteur) et ceux qui dépendent de la variation de l'azimut du Soleil (cadrans de direction).

⁵⁴ L'abréviation "Xbr" indique le mois de décembre.

⁵⁵ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Op. cit., p. 126-137. A la correction par l'équation du temps s'ajoute la correction de longitude au travers de la courbe en huit. Ainsi, les courbes sinusoidales indiqueront l'heure 11,4 min avant celle qui correspondrait à son méridien local (la différence de longitude entre Angers et Paris est de 2°55').

⁵⁶ L'heure légale (Temps Universel + 1h ou + 2h) est définitivement introduite en France sur la base du Temps Moyen de l'Observatoire de Paris en 1884 et l'Europe adopte les fuseaux horaires cette même année, mais il faut attendre l'année 1911 pour que se généralise l'utilisation des fuseaux horaires mondiaux et pour que le méridien de Greenwich s'impose comme la référence.

⁵⁷ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 27

⁵⁸ Kathleen Higgins, *The classification of sundials*. Op. cit., p. 344

Dans notre cas, les deux cadrans situés sur la surface de la colonne ont été tracés en utilisant les deux paramètres⁵⁹, grâce à la forme curieuse de leur gnomon, qui, rappelons-le, est en forme de chapeau circulaire composé de multiples styles⁶⁰. Ainsi, les ombres projetées sur la colonne correspondent à une série de lignes de longueurs et d'inclinaisons différentes depuis la base de la couronne de styles et où la courbe imaginaire qui unit ses extrémités décrit une parabole qui est symétrique à la verticale du Soleil (Fig.1). Au cours de la journée, cette courbe parabolique garde sa forme générale mais elle s'aplatit à mesure que les heures de la journée s'éloignent de midi, comme pour les cadrans de Saverne et de Lorquin⁶¹.

De toutes les ombres que nous voyons à la lecture du cadran, une seule indique l'heure: il s'agit de celle qui correspond à la pointe de l'ombre verticale la plus courte⁶². Mais comme les courbes horaires sont tracées sur la colonne toutes les 30 minutes, il faudra procéder à la lecture de l'heure lorsque cette ombre se positionnera entre ces courbes. D'une certaine façon, ce gnomon pourrait être comparé au style mobile que l'on trouve sur d'autres cadrans de hauteur, comme le cadran de berger, en gardant néanmoins à l'esprit que tous les styles ne sont pas fonctionnels, seuls servent ceux qui se trouvent dans l'intervalle entre le lever et le coucher du Soleil. En outre, sa disposition spéciale lui permet de bénéficier d'un nombre plus important d'heures de fonctionnement au cours de l'année lorsqu'il n'y a pas d'obstacle, ce qui est impossible sur les cadrans verticaux ou sur les cadrans cylindriques avec un style polaire.

Concernant les cadrans verticaux de la base de la colonne, leur fonctionnement est le même que pour n'importe quel cadran mural (cadrans de direction), mais du fait qu'ils possèdent des courbes du Temps Moyen, la lecture ne se réalise pas par alignement, mais l'heure est indiquée par l'ombre de l'extrémité supérieure du gnomon triangulaire⁶³.

Nous constatons que l'inconvénient majeur de ce cadran solaire est peut-être la difficulté à déterminer avec exactitude le point de lecture horaire lorsque le Soleil est proche de l'horizon⁶⁴, ce qui peut convertir les cadrans dessinés sur la colonne verticale en instruments peu pratiques pour cet intervalle horaire⁶⁵. Il faut cependant signaler deux aspects positifs qui améliorent le fonctionnement de ce type de cadran en comparaison avec d'autres modèles sur colonne. Premièrement, le fait qu'il possède de nombreux styles résout en partie le problème de la difficulté de lecture, problème qui ne peut être résolu sur les cadrans à *chapeau complet*⁶⁶, c'est-à-dire sans style ni entaille sur le bord. Deuxièmement, il faut souligner que le constructeur du cadran a été inspiré en réalisant deux cadrans distincts pour les différentes saisons de l'année et en traçant les courbes sinusoïdales du Temps Moyen toutes les 30

⁵⁹ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 205-221 y Alexandre Vial, A. Théorie du cadran à chapeau, pour une exposition théorique sur la construction de cadrans cylindriques.

⁶⁰ Cette disposition rappelle celle du cadran de Pingré, mais dans celui-ci la séparation des styles droits correspond à celle des lignes horaires d'un cadran horizontal classique, où les styles de 6h et de 18h sont perpendiculaires à celui de midi et pointent respectivement vers l'Est et vers l'Ouest. Denis Savoie, *La Gnomonique*, Ibid, p. 226

⁶¹ René Rohr, Les cadrans solaires à chapeau filtrant de Saverne et de Lorquin, Op. cit., p. 3

⁶² Dans les cadrans à *chapeau filtrant*, cela correspond à la cime de la courbe séparant l'ombre de la lumière, ou au point où la lumière monte le plus haut sur la colonne. Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Loc. cit.

⁶³ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 264

⁶⁴ Pour le cadran de Pingré on observe également un autre inconvénient: la présence d'une zone d'interruption ou *hiatus* rendant toute lecture exacte impossible, où les lignes d'ombre sont projetées au-delà du point de convergence des lignes horaires. Denis Savoie, L'ancien cadran solaire de la colonne Catherine de Médicis à Paris, Op. cit. p. 41

⁶⁵ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Loc. cit. y Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 41

⁶⁶ C'est la raison pour laquelle Kircher propose de découper sur le style-chapeau des entailles radiales très rapprochées où les rayons du Soleil ne passeront que si les entailles se trouvent à sa verticale. René Rohr, Loc. cit.

minutes, car un intervalle plus restreint aurait eu pour conséquence que les courbes, en se superposant, eussent été plus confuses pour la lecture⁶⁷.

Nous ignorons les raisons qui poussèrent le météorologue Albert Cheux à installer⁶⁸ ce cadran solaire complexe dans l'un des jardins de l'ancien couvent de La Baumette et s'il l'utilisa pour ses observations, mais il est probable qu'il connaissait l'existence d'autres cadrans solaires sur colonne comme le cadran de Pingré⁶⁹ à Paris ou ceux représentés dans les textes mathématiques de Jacques Ozanam qui l'ont sans doute inspiré pour réaliser des modifications dans le dessin du gnomon afin d'améliorer son utilisation comme instrument scientifique.

Considérations finales

La France est l'un des pays ayant le plus de cadrans solaires catalogués⁷⁰, bien au-delà de pays comme l'Italie, le Royaume-Uni ou l'Australie. Mais en dépit de cette énorme richesse gnomonique, ces exemplaires installés sur des colonnes fixes (certains cadrans à style polaire et à plusieurs méridiennes) sont rares. La découverte du cadran solaire de La Baumette en 2007 a permis d'actualiser et de compléter l'information existante concernant ces cadrans, qui n'apparaissent même pas dans les dernières classifications élaborées pour l'inventaire des musées⁷¹ et, à notre connaissance, cela a également permis d'apporter la première référence au monde sur un cadran solaire à gnomon à *chapeau multi-styles* sur colonne.

Pourtant, l'état de conservation de ce cadran solaire est très mauvais, voire catastrophique, à cause d'une fissure à la base de la colonne qui pourrait provoquer sa chute, de la perte de certains styles dû à l'oxydation du métal, et de plusieurs fêlures sur le cadre en ardoise où sont gravés les cadrans verticaux. Par conséquent, nous croyons qu'il est nécessaire pour les autorités régionales et municipales chargées de la sauvegarde du patrimoine artistique et culturel d'intervenir dans les prochaines années en vue d'une rapide restauration. N'oublions pas que depuis l'époque hellénistique, les cadrans solaires s'utilisaient pour coordonner les activités comme les repas, les prières et les affaires, ce qui nous fournit donc des indices sur leurs utilisateurs⁷², sur la façon dont ils occupaient leur temps et sur la valeur des cadrans, mais également sur le savoir populaire et sur les différences entre les classes sociales⁷³. Ainsi, il est encore temps pour nous de conserver un magnifique et original ensemble gnomonique qui peut encore confier ses secrets aux angevins, aux historiens des sciences et aux passionnés de gnomonique.

⁶⁷ Si l'on adopte des lignes horaires plus rapprochées que les demi-heures, les "huit" se superposent, puisque l'équation du temps dépasse les 15'. Soler Gayá, *Diseño y construcción de relojes de sol y de luna*, Loc. cit.

⁶⁸ Dans le cloître du couvent se trouve un cadran solaire canonial plus ancien mais présentant une restauration du gnomon erronée et des détails indiquent que dans l'un des autres jardins se trouvait un cadran horizontal en ardoise avec un dessin horaire multiple (Mme. Robert, échange personnel).

⁶⁹ t astronome est l'auteur de plusieurs ouvrages météorologiques de grand intérêt qui à l'époque faisaient référence. A. G. Pingré, *Cometographie ou traité historique des comètes*, 2 vols, Paris, 1783 y *État du Ciel*, Paris, 1754–1757

⁷⁰ L'inventaire de la Commission des Cadrans Solaires répertorie 26 595 cadrans solaires en 2007 (incluant les collections privées) pour la France métropolitaine. Dans le Département du Maine-et-Loire ont été recensés 194 exemplaires lors de cet inventaire.

⁷¹ Margarida Archinard, Une Classification des Cadrans Solaires. *Annals of Science*, Vol. 64 (4), 2007, p. 522.

Nous faisons ici référence à la classification établie pour les cadrans sur colonne: 1. Cadrans solaires de hauteur. 1.2. Cadrans Solaires de Hauteur Modernes. 1.2.2. Vertical. 1.2.2-8. Colonne.

⁷² Mike Cowham, *A dial in your poke. A book of portable sundials*, Cambrigde, 2004

⁷³ Sara Schechner, The material culture of Astronomy in daily life: sundials, science, and social change, *Journal for the History of Astronomy*, vol. 32 (2001), p. 217

Remerciements

Je remercie le gnomoniste Lorenzo López pour son aide et ses commentaires sur le fonctionnement du cadran solaire de La Baumette, Roselyne Costa pour la traduction en français du texte espagnol, ainsi que D. R. Pettini pour la documentation apportée sur René Rohr, Madame Robert pour m'avoir aimablement permis de m'aventurer dans les jardins de La Baumette afin de prendre des photos, D. Sylvain Bertoldi (Conservateur des Archives d'Anjou, Angers) pour l'information apportée sur Albert Cheux et D. Denis Savoie (Directeur du planétarium et du département Astronomie-astrophysique du Palais de la découverte, Paris) pour son invitation à participer à ce numéro de la revue et ses explications mathématiques.



Note sur les cadrans cylindriques à chapeau

Denis Savoie

Les cadrans solaires cylindriques remontent à l'Antiquité ; c'est surtout au Moyen Age que ce sont développés une classe particulière, les cadrans solaires de hauteur. Ceux-ci constituent l'application pratique d'une formule de trigonométrie sphérique qui lie la hauteur h du Soleil à la latitude ϕ du lieu, à la déclinaison δ du Soleil (donc à la date) et à son angle horaire H , autrement dit à l'heure solaire :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

Le tracé horaire à la surface du cylindre consiste donc à utiliser l'ombre d'un gnomon horizontal de sorte qu'il indique directement l'angle horaire uniquement en fonction de la hauteur de l'astre du jour. Mais cette formule présente un « inconvénient » : car en dehors de midi solaire, la même hauteur du Soleil pour un même angle horaire n'est pas atteinte lorsque le Soleil se trouve dans une même direction, à la fois au cours de la journée et au cours de l'année. En d'autres termes, cette formule ne fait pas intervenir l'azimut du Soleil. Pour compenser cette « absence », on est obligé de rendre le cylindre mobile : on le tourne de telle sorte que le gnomon soit situé dans la direction du Soleil afin que son ombre soit verticale. Par cette opération manuelle, on « annule » la composante en azimut. Mais cette action sur le cadran n'est pas suffisante : il faut aussi connaître la date car pour un même angle horaire, la hauteur du Soleil dépend de la déclinaison. Notons que si ce type de cadran a été utilisé très tôt, cela vient de la facilité de son tracé qui ne demande pas beaucoup de calculs.

Si l'on choisit maintenant de rendre le cylindre complètement fixe, on a deux possibilités :

1) On peut encore utiliser le gnomon précédent mais il faut changer le tracé horaire. Le cylindre devient alors un cadran solaire « classique » à style droit, avec comme inconvénient majeur d'avoir une surface d'utilisation très réduite, à moins d'avoir un énorme cylindre

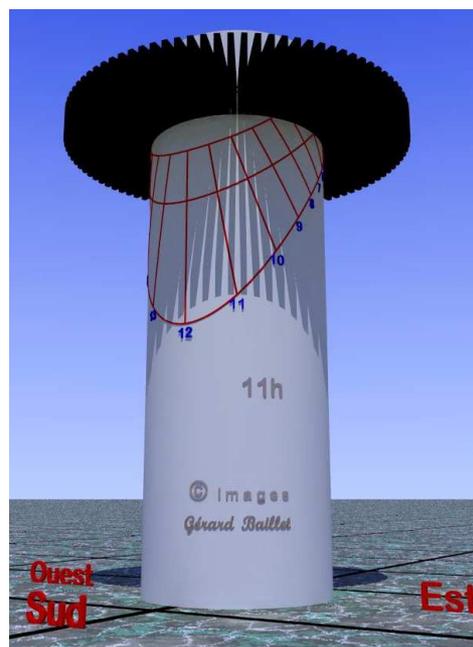


Fig. 1 – Cadran cylindrique multi-styles. Nous sommes au solstice d'été et il n'est pas encore 11 h solaire (image G. Baillet).

(comme un château d'eau). Avec cette solution, on « extrait » l'angle horaire du Soleil par une combinaison trigonométrique qui mêle l'azimut et de la hauteur du Soleil. La lecture de l'heure ne dépend plus comme dans le cadran de hauteur d'une position particulière de l'ombre du gnomon ni de la date.

2) La deuxième possibilité consiste à garder pour des raisons pratiques, comme dans le cadran de hauteur mobile, une ombre verticale, c'est-à-dire qui coïncide avec une génératrice du cylindre, – l'heure étant indiquée par l'extrémité de l'ombre –, et à ne plus dépendre de la date. Mais il faut pour cela munir le sommet du cylindre de « nombreux » styles droits car pour un azimut donné, qui correspond à la déclinaison gnomonique D d'un style, on déduit l'angle horaire H . Ce n'est véritablement que lorsqu'ils comportent des styles multiples que l'on peut d'ailleurs qualifier ces cadrans de « chapeau filtrant » car ils laissent passer de la lumière qui alterne avec de l'ombre (fig. 1). Cela n'en fait pas pour autant des cadrans de direction (comme un analemmatique) car c'est l'extrémité de l'ombre qui est censée indiquer l'heure, ni des cadrans de hauteur car l'heure dépend des deux coordonnées horizontales du Soleil. Quant aux lignes horaires, elles progressent de la droite vers la gauche (de l'Est vers l'Ouest), à l'inverse d'un cadran vertical classique ; on bénéficie ainsi d'un cadran qui fonctionne du lever au coucher du Soleil. Notons en outre que ces cadrans sont très simples à calculer comme on le verra par la suite.

La difficulté inhérente à ce type de cadran réside dans le fait que, pour un angle horaire donné, l'azimut varie entre deux extrêmes au cours de l'année, plus précisément entre deux solstices. En toute rigueur, il faudrait donc un style droit par jour pendant un semestre ; ceci pose un problème de *hiatus* dans la lecture de l'heure. Voyons cela sur un exemple concret. Sur la figure 2, on a représenté en rouge la ligne horaire 14 h ($H = 30^\circ$) et en bleu l'ombre du chapeau aux équinoxes ($\delta = 0^\circ$). En vert est tracé l'ombre verticale qui correspond au style droit fictif dont l'orientation correspond à l'azimut du Soleil. Prenons comme paramètres une latitude $\phi = 47^\circ 48'$, un cylindre de rayon $R = 14$ cm, un chapeau de largeur 20 cm (cadran supérieur du couvent de la Baumette). Le calcul montre qu'à 14 h aux équinoxes

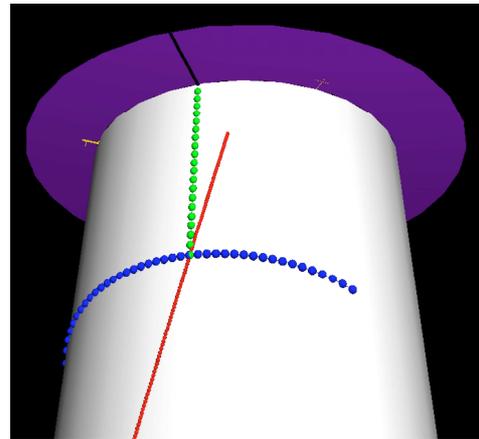


Fig. 2 – Cadran cylindrique muni d'un chapeau plein (en mauve) ; l'ombre verticale d'un style fictif du chapeau (en vert) tombe sur la ligne en rouge de 14 h.

à une telle latitude, l'azimut A du Soleil vaut $37^\circ,9313$ ($\tan A = \tan H / \sin \phi$) ; donc la déclinaison gnomonique du style droit doit être égale à cette valeur pour que l'ombre soit verticale. Mais à moins d'un hasard toujours possible, il est peu probable qu'un des styles ait cette orientation précise. Sur le cadran du couvent de la Baumette, il y a 96 styles sur la couronne, soit un écart de $3^\circ,75$ entre chaque style. Au pire, l'erreur peut donc atteindre $3^\circ,75$. Supposons qu'un visiteur arrive devant le cadran et ne voit aucune ombre verticale (celle correspondant à $37^\circ,9313$ étant passée depuis peu). Combien de temps doit-il attendre avant de pouvoir lire l'heure ? Il faut que l'azimut atteigne maintenant $37^\circ,9313 + 3^\circ,75 = 41^\circ,6813$ pour que le style suivant ait une ombre verticale. Ce qui aura lieu pour $H = 33^\circ,41$ soit à 14 h 14 m environ (au lieu de 14 h). Il s'agit évidemment ici d'un cas théorique car le visiteur aura remarqué sur le cadran que l'ombre quasi-verticale venait de toucher une ligne horaire (celle correspondant à $37^\circ,9313$) et donc qu'il venait d'être 14 h au Soleil.

Pour pallier à cet inconvénient, certains cadrans à chapeau ne comportent aucun style mais une couronne pleine : l'heure se lit au sommet de la courbe d'ombre engendrée par le chapeau, le sommet coïncidant avec l'ombre la plus courte. L'inconvénient cette fois-ci avec

ce système provient de l'appréciation par celui qui lit l'heure de l'endroit où se trouve le sommet de la courbe. D'autant plus que la concavité de la courbe d'ombre s'amointrit de plus en plus vers les heures du matin et du soir à tel point qu'il est impossible de lire l'heure, l'ombre du chapeau sur le cylindre étant quasi-horizontale. On retrouve le même problème de quasi-horizontalité de l'ombre en hiver (fig. 3).

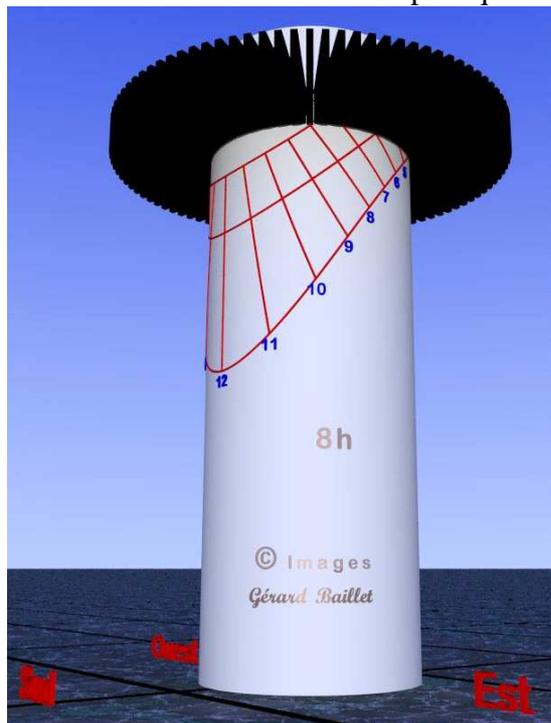


Fig. 3 – Aux alentours du solstice d'hiver, il est très difficile de lire l'heure car toutes les ombres des styles ont sensiblement la même longueur (image G. Baillet).

Ces exemples montrent bien que les cadrans à chapeau ne sont pas d'une lecture aisée.

Le calcul d'un cadran, comme on l'a dit, est simple⁷⁴. Soit (fig. 4) un cylindre de rayon R surmonté d'un chapeau de largeur a . Faisons passer par le sommet du cylindre et en son centre O un système d'axes, les y étant dirigés vers le Nord, les x vers l'Est, les z vers le zénith (fig.). Les coordonnées de l'extrémité de l'ombre d'un style droit depuis le point O , centre du cylindre, s'obtiennent par :

$x = -R \sin A$; $y = -R \cos A$; $z = -a \tan h$
avec

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta}$$

A étant du même signe que H .

Bien entendu, on peut ensuite modifier l'origine des coordonnées pour des raisons pratiques de report par exemple. Ces formules s'utilisent de la façon suivante : si on fait varier la déclinaison du Soleil en fixant H , on obtient les coordonnées d'une ligne horaire. Si on fait varier H en fixant δ , on obtient les coordonnées d'un arc diurne.

Si l'on souhaite tenir compte de l'équation du temps E dans le calcul des lignes horaires, il suffit de modifier l'angle horaire H tel que $H = L - E$, L étant l'heure solaire. A midi, on a bien $L = 0^\circ$ d'où $H = -E$. C'est ce système de cadran en temps moyen qui a été choisi au couvent des Baumettes, avec comme originalité supplémentaire un découplage des cadrans en deux semestres, ceci pour éviter une confusion dans la lecture de l'heure moyenne avec une courbe en huit totale.

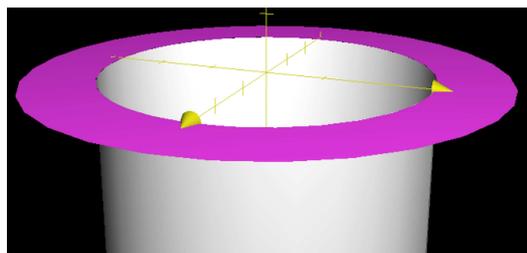


Fig. 4 – Un cylindre de rayon R est muni d'une couronne (mauve) de largeur a . Par le centre du cylindre passe un système d'axes.

En théorie, le cadran du couvent des Baumettes n'a pas besoin d'autant de styles droits ; car la déclinaison gnomonique maximale qui correspond aux levers et couchers solsticiaux est donnée par : $\cos D = -\sin \varepsilon / \cos \phi$ avec $\varepsilon = 23^\circ 27'$ pour la seconde moitié du XIX^e siècle. On obtient $D = \pm 126^\circ 20'$: on en déduit qu'une couronne de $252^\circ 40'$ doit être munie de styles.



⁷⁴ Sur la théorie des cadrans à chapeau, voir l'article de D. Savoie dans le même numéro de CadranInfo.



Cadran insolite sur colonne

Par Manuel Pizarro Gavilan Traduction de Roselyne Costa

Manuel Pizarro Gavilan a découvert en septembre 2007 dans l'ancien couvent de La Baumette à Angers, un cadran solaire tracé sur une colonne. Il nous fait l'honneur de publier dans notre revue son analyse sur ce cadran insolite. En fin d'article, Denis Savoie présente en complément une "Note sur les cadrans cylindriques à chapeau".

Introduction

L'éternelle recherche de nouveaux systèmes pour enregistrer, organiser et mesurer le temps qui passe est liée au développement intellectuel et technologique, mais il est également indissociable des mythes et des croyances profondément ancrés dans la société, de ses manifestations artistiques et de la perception biologique et psychologique que l'homme a de lui-même¹.



Ainsi, à partir de l'Antiquité, l'utilisation des cadrans solaires se répand² et ils deviennent des instruments scientifiques avec l'apparition du tout premier « gnomon »³, importé de Babylone par les grecs dans leurs recherches pour comprendre la mécanique du Système Solaire⁴.

Par leur forme et leur mode de fonctionnement, les cadrans solaires indiquent l'heure, les saisons et le mouvement apparent du Soleil dans le ciel. Mais ils sont également le reflet d'un artisanat de qualité. Ce sont des objets qui remplissent leur fonction tout en dégageant une puissante image de résistance au temps et de pérennité⁵. Déjà au Moyen-âge la Gnomonique commence à rivaliser avec l'horlogerie mécanique⁶ pour occuper une place dans la science du contrôle du temps et les progrès des mathématiques, de l'astronomie et de la cartographie contribuent à l'invention de nouveaux modèles plutôt ingénieux⁷, portables comme fixes, sur des supports très variés. Mais les cadrans solaires perdent de leur utilité dans la société du XX^{ème} siècle. Ils tombent dans l'oubli et deviennent alors des objets décoratifs sur les façades des maisons, du matériel pour les collectionneurs ou, pour quelques-uns, des curiosités scientifiques.

Au cours d'une visite touristique en septembre 2007 dans l'ancien couvent de « La Baumette » à Angers (Maine-et-Loire) lors des Journées Européennes du Patrimoine, l'auteur de ce travail eu l'occasion de découvrir un cadran solaire d'une grande originalité (Fig.1) dans l'une des cours de l'édifice. Signalons qu'en dépit du fait qu'il s'agisse d'un ensemble

¹ Kristen Lippincott, *El tiempo a través del tiempo*, Grijalbo Ed., 2000, p. 29-165

² Sharon Gibbs, *Greek and Roman Sundials*, Yale University Press, 1976, p. 3-11

³ Denis Savoie, *Les Cadrans Solaires*, Ed. Belin – Pour la Science, 2003, p. 40. Cet ancêtre des cadrans solaires, dont le nom grec signifie "indicateur", n'est autre qu'un style vertical dont l'ombre est projetée sur une superficie plane et horizontale.

⁴ David King, *In Synchrony with the Heavens. Studies in astronomical timekeeping and instrumentation in medieval Islamic Civilization*, Volume Two: instruments of mass calculation, Ed. Brill, 2005, p. 81-91

⁵ Mark Lennox-Boyd, *Sundials. History, art, people, science*. Frances Lincoln Ed., 2005

⁶ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, 2001, p. 15-25

⁷ Kathleen Higgins, The classification of sundials, *Annals of Science*, Vol. 9 (4), 1953, p. 342 – 358

gnomonique constitué de divers cadrans situés sur une colonne et sa base, ce cadran solaire n'était pas répertorié par la Société Astronomique de France (SAF)⁸, et n'apparaissait pas non plus dans les catalogues du patrimoine régional qui recensaient pourtant d'autres types de cadrans solaires plus communs⁹.

Par conséquent, l'objectif de ce travail est de décrire ce curieux cadran solaire, d'expliquer son fonctionnement et d'analyser ce qui fait sa rareté et son originalité.

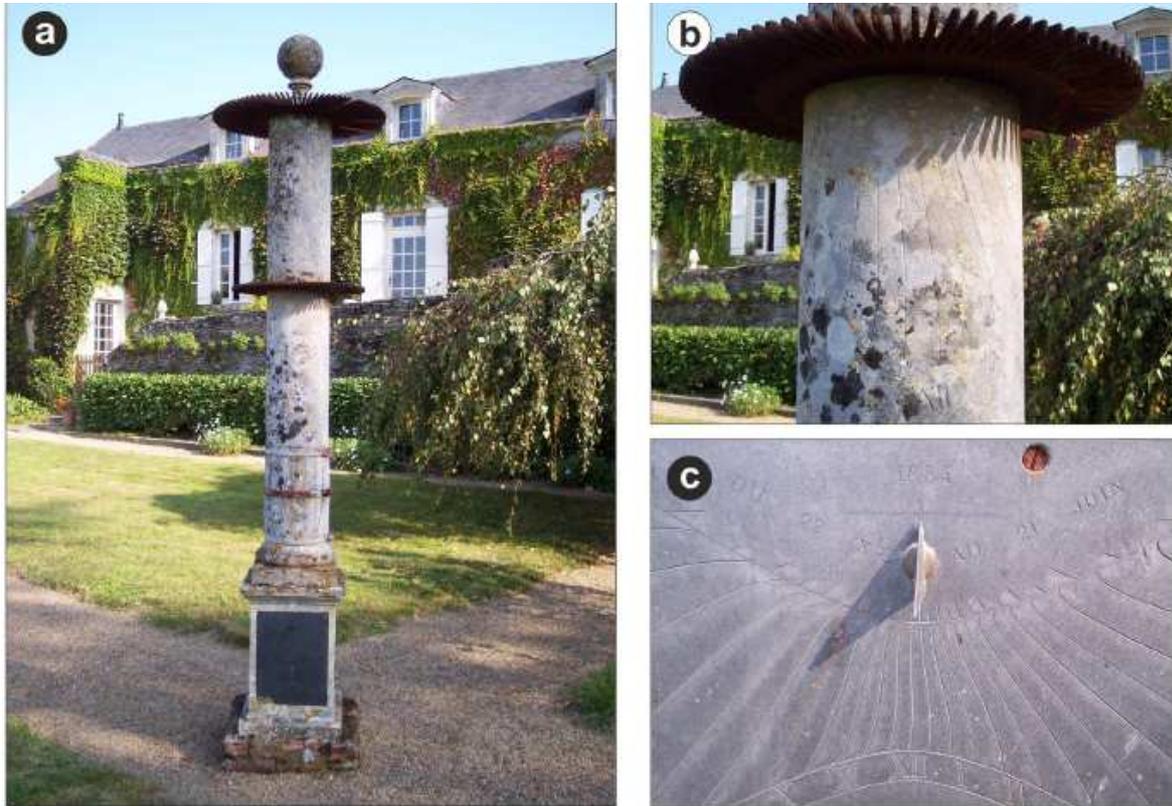


Fig. 1: a) Vue générale du cadran solaire de La Baumette. b) Cadran inférieur de la colonne. c) Cadran vertical supérieur. (Photos: M. Pizarro)

La Baumette, bref historique

L'ancien couvent de La Baumette est un édifice dont l'histoire est riche et particulièrement intéressante, du fait qu'il ait souvent changé de propriétaire et de fonction au fil des années. Il est situé sur le dernier éperon rocheux de la vallée de la Maine, juste en amont de la confluence avec la Loire et au sud de la commune d'Angers (Fig.2). Inscrit dans le catalogue des Monuments Historiques en 1941 et en restauration depuis la moitié du XXe siècle, il se distingue par l'ampleur de son patrimoine artistique et par la singularité de son architecture¹⁰.

Son origine remonte à l'année 1452, lorsque René, Roi de Sicile et Duc d'Anjou, pose la première pierre du couvent¹¹ consacrée à Sainte Marie-Madeleine sur le « Roc de Chanzé »,

⁸ *Cadrans solaires français catalogués (CSFC) par la Commission des Cadrans Solaires*, Société Astronomique de France, 2007

⁹ Aude Guineheuc y Rémy Toulouse (dir), *Patrimoine des communes de Maine-et-Loire, Pays de la Loire*, Paris, Flohic éditions, 2001

¹⁰ Hector Godard-Faultrier, *L'Anjou et ses monuments*, t. 2, Les Ed. De la Tour Gile. 1840, p. 342

¹¹ Le début de la construction du monument date du 25 octobre 1452, mais les travaux ont duré jusqu'au 30 août 1454. Les documents de fondation datent l'entrée des Cordeliers au 30 janvier 1456, confirmés par la suite par le Pape Paul II dans une bulle du 6 décembre 1467. Péan de la Tullerie, *Description de la ville d'Angers*, 9^e ed., réimpression de l'édition d'Angers de 1869. Laffitte Reprints, Marseille. 1977, p. 230-231

alors propriété du Comte de Laval qui l’offrit au Roi sur le conseil de sa seconde et jeune épouse¹². C’est à partir de ce moment que l’endroit va porter le nom de La Baumette¹³ –ou la petite Baume¹⁴- évoquant ainsi la grotte de Provence où la Sainte passa les derniers jours de sa vie.

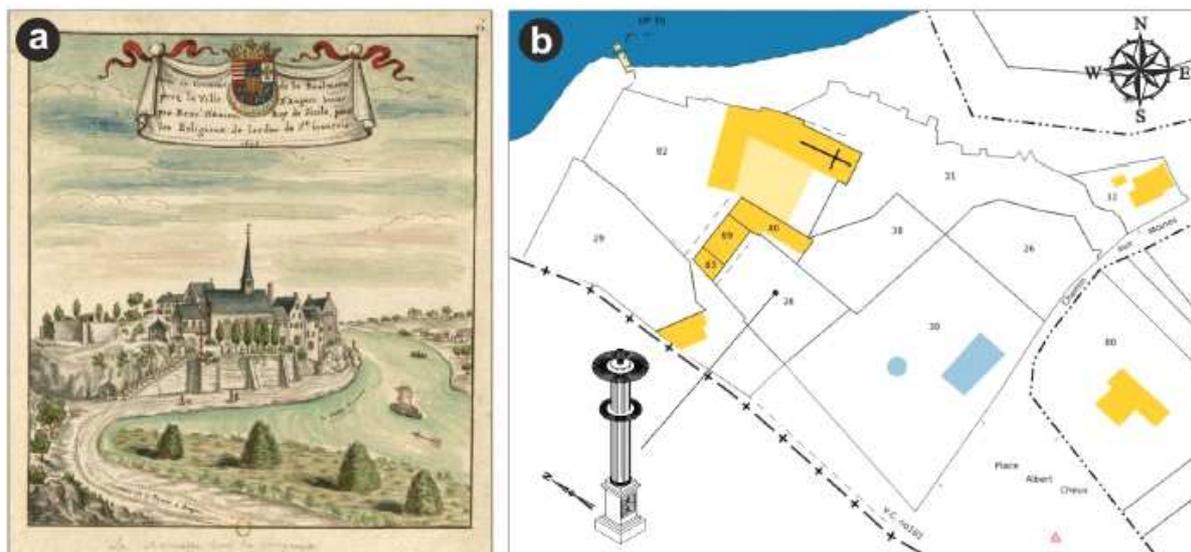


Fig. 2: a) Couvent de La Baumette [Louis Boudan, *Veüe du Couvent de la Baulmette prez la ville d'Angers, bastie par René d'Aniou Roy de Sicile, pour les Religieux de lordre de St François*, 1696] Source: *Bibliothèque Nationale de France*. b) Plan cadastral de l’ancien couvent de La Baumette. Source: *Ministère du budget, des comptes publics et de la fonction publique*.

En 1456, les Cordeliers¹⁵ occupent l’édifice fraîchement construit qui s’organise selon le plan bénédictin classique. Avec les pierres extraites les moines construisent progressivement des murets pour faire les terrasses, et les jardins s’échelonnent sur quatorze niveaux différents, du haut des rochers jusqu’à la rive de la Maine. Pendant de nombreuses années le couvent reçoit d’illustres visiteurs comme Anne de Bretagne (1490) et Rabelais (1510). Mais en 1596 il est à nouveau occupé par les frères récollets qui fondent la première congrégation de cet ordre en France et occupent les lieux jusqu’en 1791, réalisant d’importantes transformations dans l’édifice, principalement dans le cloître et dans l’église¹⁶.

Ayant abrité un hospice et une infirmerie avant la Révolution, le couvent est vendu comme bien national le 4 octobre 1791 puis il est racheté par M.J.J. de Jully, propriétaire du domaine voisin de Châteaubriant. De 1820 à 1830 il le cède au Séminaire comme maison de campagne¹⁷, mais les édifices tombent en ruine et l’évêque les revend à M. Jules Cheux, avocat au Tribunal Imperial d’Angers, qui entreprend d’importantes restaurations.

¹² Jaques Saillot, *Dictionnaire des rues d'Angers. Histoire et anecdotes*, t. I, Atelier d’Art Philippe Petit, Angers, 1975, p. 62-64

¹³ Appelée Balmeta (XVe s.), La Basmette (1456, Saint-Nicolas Brionneau), forme employée par Rabelais dans son oeuvre *Gargantua* (livre IV, cap. 12: “*Cet enfant nous abuse; car les estables ne son jamais au hault de la maison! – Cest, dit le maistre d’hostel, mal entendu à vous; car je sçay des lieux, à Lyon, à la Basmette, à Chaisnon et ailleurs, où les estables sont au plus hault du logis*”), *La Bamette* (s. XV-XVIII) (1778, Pean de la Tullerie) y *La Balmette* (1779, el abad Olivier). Célestin Port, *Dictionnaire historique, géographique et biographique de Maine-et-Loire*, Atelier d’Art Philippe Petit, Angers, Réédité del originale, 1975, p. 230

¹⁴ Le mot “baummo” signifie grotte en provençal.

¹⁵ Nom donné aux franciscains en France avant la Révolution.

¹⁶ Célestin Port, *Dictionnaire historique, géographique et biographique de Maine & Loire et de l’ancienne province d’Anjou*, t. I, H. Siraudeau & Cie, Angers, 1965, p. 261

¹⁷ Célestin Port, *Loc. cit.*

la présence d'un héliographe de Campbell²⁴ servant à l'enregistrement des heures du soleil qui fut mis en fonctionnement en 1884.

Fig. 3: a) Portrait d'Albert Cheux.
Source: Archives Départementales de Maine-et-Loire.

Selon les notes relevées dans ses fichiers, la station se situait à 47° 27' 2'' de latitude nord et 2° 53' 54'' de longitude ouest, et les observations étaient réalisées tout au long de la journée (7h, 10h, 13h, 16h, 19h et 21 h.), parfois avec l'aide de son jardinier ou de ses assistants, surtout en hiver et durant les heures nocturnes²⁵.

Diffusion et évolution des cadrans de hauteur sur colonne

Dès l'Antiquité, on commence à construire des cadrans solaires qui fonctionnent selon la variation de la hauteur du Soleil²⁶, principalement en Egypte et en Chaldée où les latitudes moins élevées se traduisaient par des variations plus spectaculaires de l'ombre²⁷. Et ce n'est qu'au premier siècle de notre ère²⁸ qu'apparaissent les premiers cadrans de hauteur cylindriques de type portable que nous connaissons aujourd'hui²⁹. Mais les exemples les plus connus sont ceux que l'on appelle les cadrans « de berger », instruments de voyage ou instruments de poche qui furent très utilisés dans les pays méditerranéens au XVIe et XVIIe siècles³⁰.

En Europe, on trouve des références à ce modèle dans la copie latine d'un traité arabe sur l'astrolabe réalisée par Hermannus Contractus³¹ (1013-1056), bien que des manuscrits prouvent que ce type de cadran fut également utilisé en Inde³² au XV^{ème} siècle, mais en remplaçant le mécanisme qui permet la mobilité du gnomon par une série d'orifices dans la partie supérieure du cylindre. Cette manipulation sur les cadrans de hauteur portables est nécessaire avant son utilisation, c'est-à-dire qu'il faut régler la date pour positionner adéquatement le style et pouvoir lire l'heure.

Avec le temps, les cadrans solaires sont adaptés et placés sur des cylindres ou sur des colonnes fixes³³, sans style mobile, et plus complexes en ce qui concerne le calcul et le dessin³⁴. Ainsi, en 1646, le jésuite allemand Athanasius Kircher publie à Rome son oeuvre «

²⁴ Ibid, p. 166

²⁵ Ibid, p. 166-167. Pendant la période favorable, de Pâques à la Toussaint, il résidait à La Baumette, mais le reste de l'année et à partir de 1881 il habitait à Angers (47, rue Delaâge) et se rendait à pied jusqu'à l'ancien couvent, d'où il ne retournait en ville que pour manger ou relever son courrier.

²⁶ José Lull, *La astronomía en el antiguo Egipto*, Universitat de València, 2006, p. 145-157

²⁷ René Rohr, *Les Cadrans Solaires. Histoire, théorie, pratique. Traité de Gnomonique*, Ed. Obelin Strasbourg, 1986, p. 160-161

²⁸ Mario Arnaldi et Karlheinz Schaldach, A Roman Cylinder Dial: Witness to a Forgotten Tradition, *Journal for the History of Astronomy*, vol. 28, 1997, p. 107-117

²⁹ Karlheinz Schaldach, *Römische Sonnenuhren. Eine Einführung in die antike Gnomonik*, Verlag Harri Deutsch, 2001, p. 41-47

³⁰ Hester Higton, *Sundials. An illustrated history of portable dials*, Philip Wilson Publisher, 2001, p. 16

³¹ Hermannus Contractus Augiensis, *De utilitatibus astrolabii libri duo, Cap. I. Demonstratio componendi cum convertibili sciothero horologici viatorum instrumenti* ("Componitur quoddam simplex et parvulum viatoribus horologicum instrumentum, quod in modum teretis et aequalis grossitudinis pali seu cilindri formatum atque suspensum in summitate transversim orthogonaliter affixum, et circumvertibilem habet sciotherum")

³² Yukio Ôhashi. The cylindrical sundial in India. *Indian Journal of History of Science*, vol. 33 (4), 1998, p. 161

³³ Augustin Charles Daviler, *Cours D'Architecture qui comprend Les Ordres De Vignole: Avec des Commentaires, les Figures & Descriptions de ses plus beaux Bâtiments ... & tout ce qui regarde L'Art De Bâtir ; Avec Une Ample Explication par ordre Alphabétique de tous les termes*, t. 1, Paris, 1720, Lámina 93, p. 307.

L'auteur présente la diversité des colonnes dans l'architecture, parmi lesquelles celle qu'il nomme la "colonne gnomonique", avec un cadran de style polaire.

³⁴ Dans de nombreux textes classiques on explique comment construire ce genre de cadrans solaires, de forme concave ou de forme convexe, en utilisant des styles droits et polaires. Jean Jacques Sédillot, *Traité des instruments astronomiques des arabes, composé au treizième siècle par Aboul Hhassan Ali, de Maroc, intitulé Jami' al-mabadi' wa-al-ghaat. Traduit de l'arabe sur le manuscrit de Abū al-□asan □Alī Marrākushī de 1147 de*

Ars magna lucis et umbrae » qui réunit tout le savoir gnomonique de l'époque. Dans cet énorme ouvrage, il décrit un cadran solaire sur colonne avec style droit³⁵ et montre une nouvelle typologie de gnomon³⁶ en forme de chapeau dentelé ou « chapeau filtrant » comme le nommera par la suite le gnomoniste René Rohr³⁷. Plus tard, au XVIII^{ème} siècle, le mathématicien Jacques Ozanam³⁸ attribuera cette invention au Père Quenet³⁹, bénédictin à l'abbaye de Saint-Germain-des-Prés -mais dans ce cas, le gnomon apparaît sans entaille sur le bord extérieur (Fig.4a)- et, des années plus tard, dans son livre *Gnomonique Graphique*, Joseph Mollet détaillera sa construction de façon plus précise au travers de graphiques⁴⁰.

Le cadran solaire le plus original et le plus audacieux de l'époque (Fig.4b) fut sans doute celui qu'installa Alexandre Pingré sur la colonne Médicis à Paris⁴¹, cadran dont le gnomon était composé de multiples styles⁴² en forme de demi-cercle ou en « demi-chapeau ». Mais devant le mécontentement de la population qui lisait l'heure avec grande difficulté, on décida de le remplacer⁴³ vers 1889.

Difficiles à réaliser⁴⁴, les cadrans solaires à chapeau sont rares après le XVII^e siècle et ce n'est qu'au XX^{ème} siècle, à partir des années 70, que Monsieur Rohr⁴⁵ trouve deux très beaux exemplaires monumentaux à Lorquin⁴⁶ (Moselle) et à Saverne⁴⁷ (Bas-Rhin). Même

la Bibliothèque royale, Tome II, Paris L'Imprimerie royale, 1834, p. 586-589, Planche XXVI, Fig. 128. Georg Hartmann, [Collectio figurarum], *Eine reiche Sammlung von Kupferstichen u. Holzschnitten, welche Sonnenuhren u. andere astronomische Instrumente darstellen, s.l.*, 1527. Andreae Schoneri, *Gnomonice hoc est: De descriptionibus horologiorum sociotericorum omnis generis, projectionibus circularum sphaericorum ad superficies, cum planas, tum conuexas concauasque, sphericas, cylindricas, ac conicas item delineationibus quadratum, annulorum, & c. libri tres*, 1562, p. 39-58.

³⁵ *Liber Sextus. Proteus Sciathericus, Sive Astrolabio-Graphia Figurata. ... Pars Prima. De Horolabiis Catholicis. Caput II., De nova omnis generis horarum, sirculorumque coelestium in quorumcunque corporum concavas, extimasque superficies proviendi ratione. Problema IX., In cylindro concavo horas una cum circulis coelestibus gnomonice delineare*, p. 483

³⁶ *Liber Sextus. Proteus Sciathericus, Sive Astrolabio-Graphia Figurata. ... Pars Secunda. De Aequinoctialibus Horoscopiis cuiuslibet figurae inscribendis. Caput III., De portatilibus variae formae, ope umbrarum tam reclarum, quam versarum, ex tabulis altitudinum solarium conficiendis horolabiis. Problema X., Dato quovis simulacro, in eo, instrumento observatorio, omnis generis horas describere*, p. 502

³⁷ René Rohr, *Les Cadrans Solaires*, Op. cit., p. 161. A aucun moment cependant, Kircher ne se réfère à ce cadran en utilisant l'expression « chapeau filtrant », mais il parle du gnomon en « modus pectinis dentatus », avec des styles couronnant la colonne à 360° et séparés de 1°.

³⁸ Jacques Ozanam, *Recreation Mathématique et Physique...*, Tome III, *Probleme XVIII. Décrire un cadran pur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horizon & immobile*, 1778, p. 256. Planche 13, fig. 27

³⁹ Il existe cependant des références antérieures à ce type de gnomon comme l'a récemment montré le spécialiste de la gnomonique Nicola Severino à propos d'une miniature appelée « Astronomo con alcuni strumenti » où apparaît un cadran solaire de type « chapeau » comme celui que Kircher décrira trois siècles plus tard, mais dans sa version portable, ce qui prouve également que ce modèle était utilisé au XIV^e siècle. Gautier de Metz, *L'image du monde* de, Manuscrito Ashb 114, c. 1r, s. XIV, Biblioteca Medicea Laurenciana de Florencia

⁴⁰ Joseph Mollet, *Gnomonique graphique ou Méthode simple et facile pour tracer les cadrans*, Paris, 1837, Problème onzième, p. 62

⁴¹ *ette colonne*, Paris, Chez Barrois, 1764

⁴² Denis Savoie, L'ancien cadran solaire de la colonne Catherine de Médicis à Paris, *L'Astronomie*, Vol. 112, 1998, p. 38-43. Le cadran de Pingré était un cadran solaire cylindrique avec 15 styles (de 1,4 m de long) qui projetaient l'ombre sur une colonne de 15 m de haut et 1,54 m de rayon. En été et à certaines heures, la lecture de l'heure était virtuellement impossible près du point de convergence des lignes horaires en raison de son tracé particulier.

⁴³ André Gotteland, *Les cadrans solaires et méridiennes disparus de Paris*, Cnrs Éditions, 2002. P. 94-95

⁴⁴ Yves Opizzo, *Les Ombres des Temps. Histoire et devenir du Cadran Solaire*, Ed. Burillier, 1998, p. 63-64

⁴⁵ René Rohr, Les cadrans solaires à chapeau filtrant de Saverne et de Lorquin, *Les Vosges*, 1977, p. 1-4

⁴⁶ [CSFC - n° 5741401-1]. Ensemble gnomonique provenant du château de Zuffal, composé d'un dodécaèdre à faces pentagonales et d'un cadran de hauteur à chapeau filtrant.

⁴⁷ [CSFC - n° 6743702-1]. Cadran cylindrique à chapeau filtrant sous un dodécaèdre, sur lequel est posée une sphère servant également de cadran solaire.

dans les revues⁴⁸ les plus récentes et les plus importantes de gnomoniques, rares sont les références⁴⁹ aux cadrans solaires de hauteur avec ce type de gnomon⁵⁰.

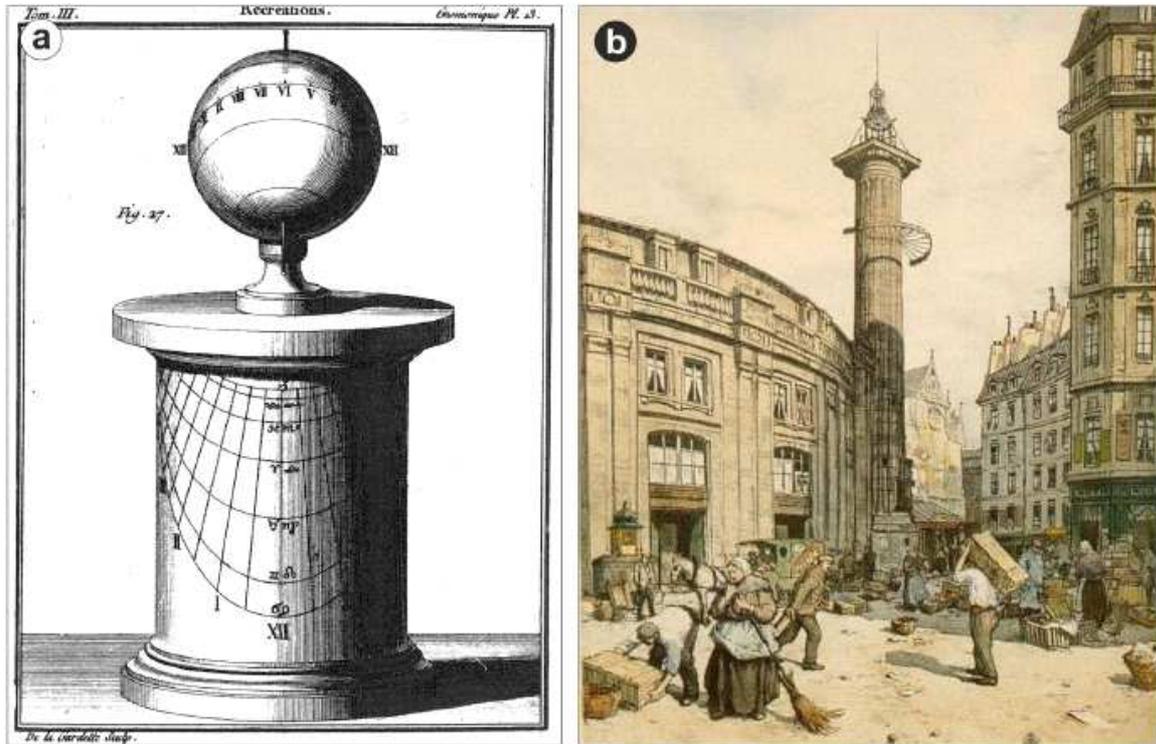


Fig. 4: a) Cadran solaire de type “chapeau” décrit par J. Ozanam. Source : *Bibliothèque Nationale de France*. b) Cadran de Pingré situé à Paris [Novak 400 Bourse du Commerce, Soc. Graveurs Modernes, 1924, Lithographie] Source: *Catalogue Raisonné of the Graphic Art of the Czech Artist Tavik František Šimon (1877-1942)*, Arthur Novak, Praga, 1937

Description du cadran solaire de La Baumette

Le cadran solaire se trouve au sud du cloître du bâtiment conventuel ($47^{\circ} 48' N$, $0^{\circ} 55' W$), près de la porte d'entrée principale de l'enceinte par la place Albert Cheux et près du chemin qui descend jusqu'aux rives de la Maine (Fig.2). Il occupe une place de choix au centre de la cour, puisqu'il a été placé au croisement de deux petits chemins de terre qui séparent les espaces verts du jardin et avec une orientation nord-sud.

Il est tout d'abord constitué d'une imposante colonne verticale en grès (de 2 mètres de haut et 14 centimètres de rayon) qui s'appuie sur une base quadrangulaire (de 90 centimètres de haut) et qui est couronnée d'une sphère (de 8,5 centimètres de rayon) posée sur un petit socle, ce qui fait une hauteur totale de 3,17 mètres depuis le sol jusqu'au point le plus haut (Fig.5a).

Au premier coup d'oeil, on distingue plusieurs éléments différents sur la colonne : un cadran solaire taillé sur la surface du premier tiers et un second cadran à peu près au milieu de la colonne, chacun avec leur gnomon respectif. Sur les deux cadrans, le tracé des lignes horaires commence à être un peu illisible à cause de l'érosion et du mauvais état de conservation, mais on note surtout la disposition des deux gnomons en forme de chapeau,

⁴⁸ Alexandre Vial, A. Théorie du cadran à chapeau, *Cadran Info*, n° 20, 2009

⁴⁹ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari. Storia, teoria, pratica, costruzione, esempi*. Ed. Technimedia, 1988, p. 428, fig. 313. Cet auteur utilise la formule “tettoia circolare” pour désigner le style.

⁵⁰ L'Association Sciences en Seine et Patrimoine (ASSP) inaugura en mai 2007 un cadran solaire sur colonne dans les jardins de Saint-Martin de Boscherville similaire à celui que décrit Ozanam. [CSFC - n° 7661402-2]

constitués pour chacun d'entre eux de nombreux styles plats en fer, tels des lames, qui sont répartis à 360 degrés autour de la colonne.

Dans celui du cadran supérieur, les styles, au nombre de 96, ont une longueur de 20 cm, du bord de la colonne jusqu'à leur extrémité. Les styles du cadran inférieur de la colonne, au même nombre, sont cependant un peu moins longs, avec une longueur de 10 cm jusqu'à la pointe. Si l'on coupait horizontalement la colonne en deux, on noterait que ces derniers convergent tous vers son centre, séparés entre eux par un angle de 3,75 degrés depuis leur axe, rappelant la forme d'un cadran de Pingré, sauf qu'ils occupent tout le périmètre de la colonne (Fig.5b). En outre, on observe la présence d'un solide cercle métallique de 6 centimètres de rayon entourant la colonne pour la maintenir, et l'on note également que certains des styles ont été perdus à cause de l'oxydation du métal (Fig.7b).

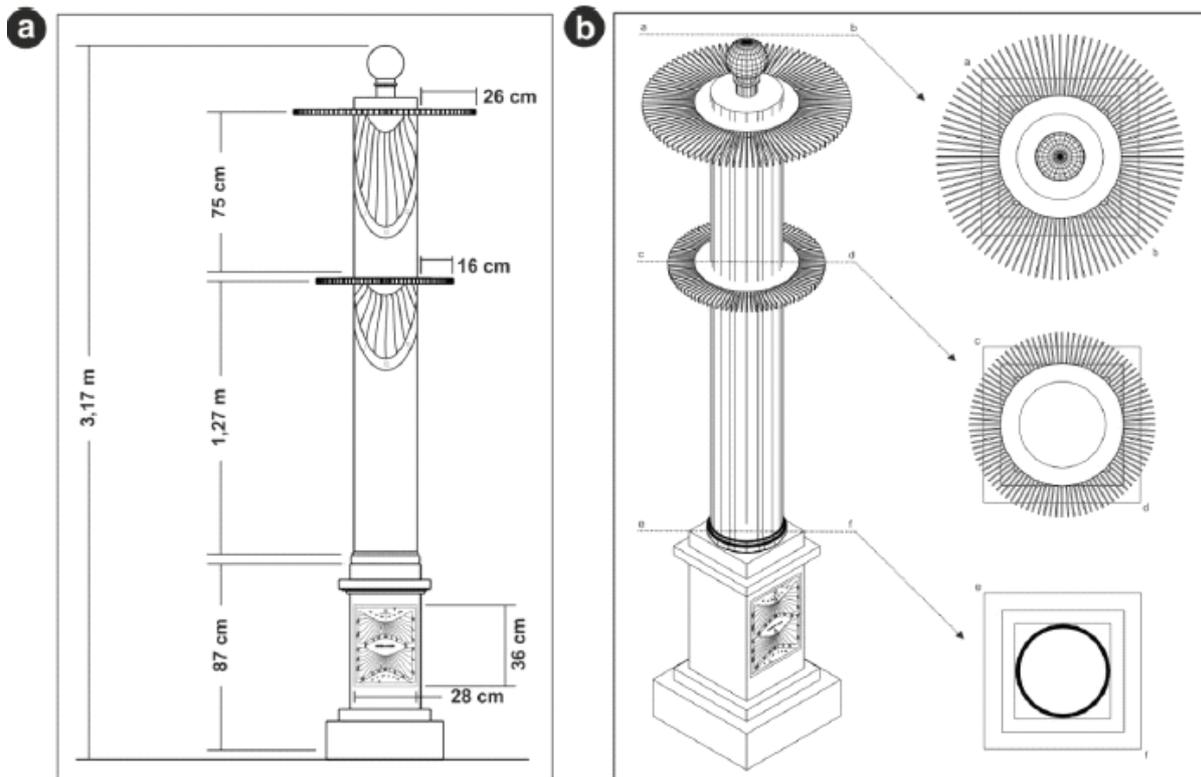


Fig. 5: a. Dimensions et b. Modèle en 3D du cadran de La Baumette (Dessins: M. Pizarro)

Les graduations tracées pour la lecture des heures sont peu habituelles et cela indique qu'il a fallu une solide connaissance des concepts astronomiques pour le construire. D'une part, chaque cadran de la colonne présente des lignes de lecture horaire en forme sinusoïdale (Fig.6), ou pour être plus précis, en forme du « S » allongé que l'on trouve dans une « courbe en huit »⁵¹, qui correspondrait à la période hiver-printemps pour le cadran supérieur et été-automne pour le cadran inférieur⁵². D'autre part, ces courbes sinusoïdales sont situées toutes les demi-heures entre le lever et le coucher du Soleil sur les deux cadrans⁵³.

⁵¹ nis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 23. Pendant longtemps, les montres de gousset et les horloges mécaniques étaient réglées sur l'heure solaire vraie, qui mesurait le passage du Soleil par le méridien local, jusqu'à ce qu'on ait connaissance, au XVIIIe siècle, d'une innovation en matière de gnomonique. Il s'agit de la courbe en huit, qui inclut l'équation du temps, c'est-à-dire la différence entre le temps solaire vrai ou apparent et le temps solaire moyen, différences que l'on doit principalement à l'inclinaison de l'écliptique et à l'excentricité de l'orbite terrestre qui peut parfois aller jusqu'à 17 min.

⁵² Comme les valeurs de l'équation du temps ne sont pas les mêmes tout au long de l'année, on peut construire des cadrans de deux saisons uniquement qui ne sont valables que la moitié de l'année, ou bien construire deux

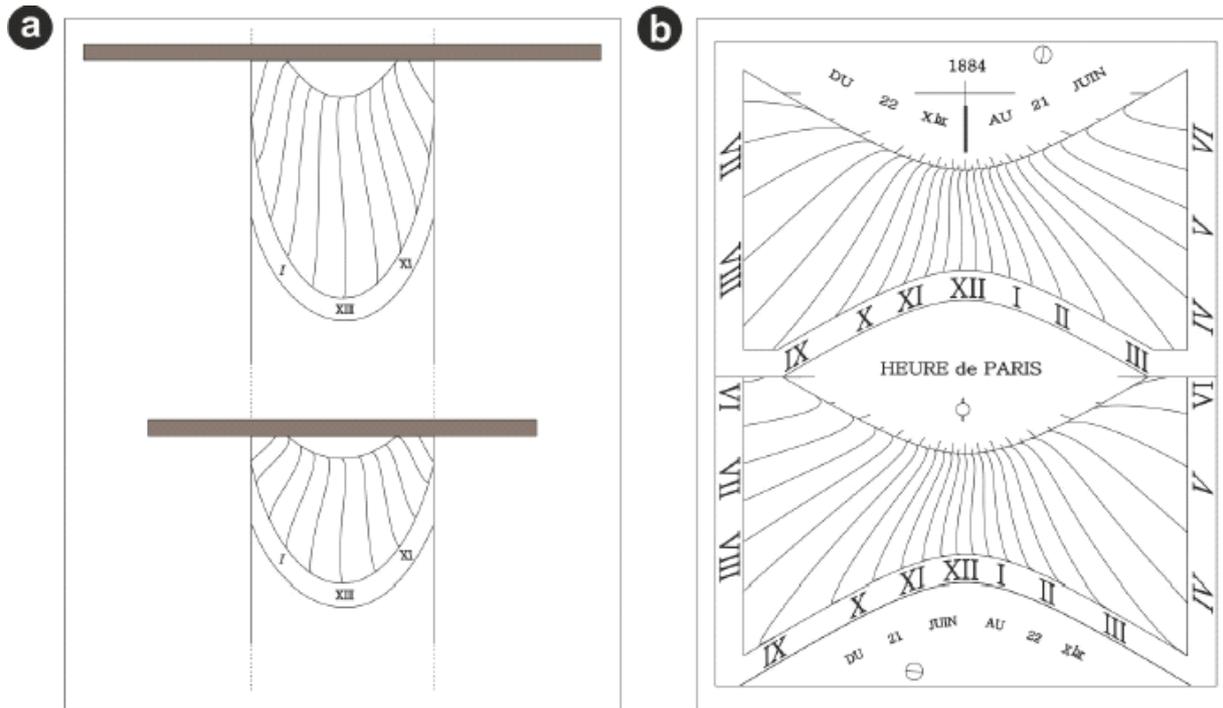


Fig. 6: Reconstruction des lignes horaires pour les cadrans de la colonne (a) et les cadrans verticaux de la base (b) (Dessins: M. Pizarro)



▲ Fig 7b: Des inscriptions horaires et du chapeau où l'on voit très nettement qu'il manque certains styles

Dans le tiers inférieur de la colonne, trois cercles métalliques (Fig.7a) maintenus par des vis empêchent qu'elle se casse et ne tombe à cause d'une énorme fissure provoquée par le passage du temps.

Fig. 7a : Détail de la fissure ►

Les heures sont écrites en typographie latine (Fig.7b), mais aucun signe du zodiaque n'apparaît pour les hyperboles correspondant aux solstices et qui délimitent les lignes horaires, la courbe inférieure de chaque cadran étant celle qui comporte les indications horaires, au-dessus d'une autre courbe qui lui est parallèle.



cadrans séparés. Rafael Soler Gayá, *Diseño y construcción de relojes de sol y de luna. Métodos gráficos y analíticos*, 2^a ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Baleares, 1997, p. 104

⁵³ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 41-62. Fréquemment, la « courbe en huit » se superpose à la ligne de midi pour indiquer le Temps Moyen selon les saisons, mais il est également possible de remplacer chaque ligne horaire par cette courbe. Le cadran indique alors directement l'heure moyenne ou, s'il inclut la différence de longitude, l'heure en Temps Universel.

Sur la base où s'appuie la colonne apparaissent également deux cadrans méridionaux de type vertical, gravés sur un cadre (« une table ») en ardoise (de 25 cm de large pour 3 cm de haut). Comme pour les cadrans de la colonne, ils ont tous les deux été dessinés pour la lecture du Temps Moyen lors des différentes saisons (Fig.6), situation signalée par une légende sur le cadran supérieur (« Du 22 Xbr au 21 Juin ») et par un autre pour le inférieur (« Du 21 Juin au 22 Xbr »)⁵⁴. Seul le cadran supérieur conserve le gnomon polaire (Fig. 1c et 7c), en forme de triangle métallique, fixé à sa surface et les signes de détérioration sont visibles sur les coins du cadre en ardoise, surtout sur le coin inférieur gauche où l'on distingue une grande fissure.



◀ Fig 7c : cadran vertical inférieur dépourvu de gnomon

Comme il est plus facile de tracer les lignes horaires sur une surface plane, on trouve plus de détails sur le dessin de ces cadrans. Ainsi, entre les courbes sinusoidales de lecture, également situées toutes les demi-heures, sont insérées des petites marques sur l'hyperbole qui définit le solstice d'été pour indiquer l'heure solaire véritable du méridien local. Cependant, la fonction principale de ces cadrans est d'indiquer l'heure en Temps Universel selon le méridien de Paris, c'est pourquoi ils présentent une correction par longitude⁵⁵, comme l'indique la phrase située entre les deux cadrans (« Heure de Paris »).

On notera également la présence d'indications latines désignant les heures, sur les bords entourant les cadrans et notamment sur les côtés, où les chiffres s'inclinent de façon très esthétique. Il est en outre très significatif que l'ensemble soit daté de l'année 1884, sur le bord du cadran vertical supérieur⁵⁶.

Il s'agit en définitive d'un ensemble gnomonique composé de deux cadrans avec gnomon à *chapeau multi-styles*, d'un diamètre supérieur à celui de la colonne leur servant de support, et de deux cadrans verticaux méridionaux à sa base, avec indication de l'heure en temps solaire véritable et en Temps Universel selon le méridien de Paris.

Fonctionnement

Un cadran solaire indique essentiellement l'heure solaire ou, plus exactement, l'angle horaire du Soleil⁵⁷, et, selon la façon dont cet angle sera calculé, on pourra classer ces instruments en deux catégories principales⁵⁸ : ceux qui dépendent de la variation de la hauteur du soleil au cours de la journée (cadrans de hauteur) et ceux qui dépendent de la variation de l'azimut du Soleil (cadrans de direction).

⁵⁴ L'abréviation «Xbr» indique le mois de décembre.

⁵⁵ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Op. cit., p. 126-137. A la correction par l'équation du temps s'ajoute la correction de longitude au travers de la courbe en huit. Ainsi, les courbes sinusoidales indiqueront l'heure 11,4 min avant celle qui correspondrait à son méridien local (la différence de longitude entre Angers et Paris est de 2°55').

⁵⁶ L'heure légale (Temps Universel + 1h ou + 2h) est définitivement introduite en France sur la base du Temps Moyen de l'Observatoire de Paris en 1884 et l'Europe adopte les fuseaux horaires cette même année, mais il faut attendre l'année 1911 pour que se généralise l'utilisation des fuseaux horaires mondiaux et pour que le méridien de Greenwich s'impose comme la référence.

⁵⁷ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 27

⁵⁸ Kathleen Higgins, *The classification of sundials*. Op. cit., p. 344

Dans notre cas, les deux cadrans situés sur la surface de la colonne ont été tracés en utilisant les deux paramètres⁵⁹, grâce à la forme curieuse de leur gnomon, qui, rappelons-le, est en forme de chapeau circulaire composé de multiples styles⁶⁰. Ainsi, les ombres projetées sur la colonne correspondent à une série de lignes de longueurs et d'inclinaisons différentes depuis la base de la couronne de styles et où la courbe imaginaire qui unit ses extrémités décrit une parabole qui est symétrique à la verticale du Soleil (Fig.1). Au cours de la journée, cette courbe parabolique garde sa forme générale mais elle s'aplatit à mesure que les heures de la journée s'éloignent de midi, comme pour les cadrans de Saverne et de Lorquin⁶¹.

De toutes les ombres que nous voyons à la lecture du cadran, une seule indique l'heure: il s'agit de celle qui correspond à la pointe de l'ombre verticale la plus courte⁶². Mais comme les courbes horaires sont tracées sur la colonne toutes les 30 minutes, il faudra procéder à la lecture de l'heure lorsque cette ombre se positionnera entre ces courbes. D'une certaine façon, ce gnomon pourrait être comparé au style mobile que l'on trouve sur d'autres cadrans de hauteur, comme le cadran de berger, en gardant néanmoins à l'esprit que tous les styles ne sont pas fonctionnels, seuls servent ceux qui se trouvent dans l'intervalle entre le lever et le coucher du Soleil. En outre, sa disposition spéciale lui permet de bénéficier d'un nombre plus important d'heures de fonctionnement au cours de l'année lorsqu'il n'y a pas d'obstacle, ce qui est impossible sur les cadrans verticaux ou sur les cadrans cylindriques avec un style polaire.

Concernant les cadrans verticaux de la base de la colonne, leur fonctionnement est le même que pour n'importe quel cadran mural (cadrans de direction), mais du fait qu'ils possèdent des courbes du Temps Moyen, la lecture ne se réalise pas par alignement, mais l'heure est indiquée par l'ombre de l'extrémité supérieure du gnomon triangulaire⁶³.

Nous constatons que l'inconvénient majeur de ce cadran solaire est peut-être la difficulté à déterminer avec exactitude le point de lecture horaire lorsque le Soleil est proche de l'horizon⁶⁴, ce qui peut convertir les cadrans dessinés sur la colonne verticale en instruments peu pratiques pour cet intervalle horaire⁶⁵. Il faut cependant signaler deux aspects positifs qui améliorent le fonctionnement de ce type de cadran en comparaison avec d'autres modèles sur colonne. Premièrement, le fait qu'il possède de nombreux styles résout en partie le problème de la difficulté de lecture, problème qui ne peut être résolu sur les cadrans à *chapeau complet*⁶⁶, c'est-à-dire sans style ni entaille sur le bord. Deuxièmement, il faut souligner que le constructeur du cadran a été inspiré en réalisant deux cadrans distincts pour les différentes saisons de l'année et en traçant les courbes sinusoïdales du Temps Moyen toutes les 30

⁵⁹ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 205-221 y Alexandre Vial, A. Théorie du cadran à chapeau, pour une exposition théorique sur la construction de cadrans cylindriques.

⁶⁰ Cette disposition rappelle celle du cadran de Pingré, mais dans celui-ci la séparation des styles droits correspond à celle des lignes horaires d'un cadran horizontal classique, où les styles de 6h et de 18h sont perpendiculaires à celui de midi et pointent respectivement vers l'Est et vers l'Ouest. Denis Savoie, *La Gnomonique*, Ibid, p. 226

⁶¹ René Rohr, Les cadrans solaires à chapeau filtrant de Saverne et de Lorquin, Op. cit., p. 3

⁶² Dans les cadrans à *chapeau filtrant*, cela correspond à la cime de la courbe séparant l'ombre de la lumière, ou au point où la lumière monte le plus haut sur la colonne. Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Loc. cit.

⁶³ Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 264

⁶⁴ Pour le cadran de Pingré on observe également un autre inconvénient: la présence d'une zone d'interruption ou *hiatus* rendant toute lecture exacte impossible, où les lignes d'ombre sont projetées au-delà du point de convergence des lignes horaires. Denis Savoie, L'ancien cadran solaire de la colonne Catherine de Médicis à Paris, Op. cit. p. 41

⁶⁵ Girolamo Fantoni, *Orologi Solari*, Loc. cit. y Denis Savoie, *La Gnomonique*, Op. cit., p. 41

⁶⁶ C'est la raison pour laquelle Kircher propose de découper sur le style-chapeau des entailles radiales très rapprochées où les rayons du Soleil ne passeront que si les entailles se trouvent à sa verticale. René Rohr, Loc. cit.

minutes, car un intervalle plus restreint aurait eu pour conséquence que les courbes, en se superposant, eussent été plus confuses pour la lecture⁶⁷.

Nous ignorons les raisons qui poussèrent le météorologue Albert Cheux à installer⁶⁸ ce cadran solaire complexe dans l'un des jardins de l'ancien couvent de La Baumette et s'il l'utilisa pour ses observations, mais il est probable qu'il connaissait l'existence d'autres cadrans solaires sur colonne comme le cadran de Pingré⁶⁹ à Paris ou ceux représentés dans les textes mathématiques de Jacques Ozanam qui l'ont sans doute inspiré pour réaliser des modifications dans le dessin du gnomon afin d'améliorer son utilisation comme instrument scientifique.

Considérations finales

La France est l'un des pays ayant le plus de cadrans solaires catalogués⁷⁰, bien au-delà de pays comme l'Italie, le Royaume-Uni ou l'Australie. Mais en dépit de cette énorme richesse gnomonique, ces exemplaires installés sur des colonnes fixes (certains cadrans à style polaire et à plusieurs méridiennes) sont rares. La découverte du cadran solaire de La Baumette en 2007 a permis d'actualiser et de compléter l'information existante concernant ces cadrans, qui n'apparaissent même pas dans les dernières classifications élaborées pour l'inventaire des musées⁷¹ et, à notre connaissance, cela a également permis d'apporter la première référence au monde sur un cadran solaire à gnomon à *chapeau multi-styles* sur colonne.

Pourtant, l'état de conservation de ce cadran solaire est très mauvais, voire catastrophique, à cause d'une fissure à la base de la colonne qui pourrait provoquer sa chute, de la perte de certains styles dû à l'oxydation du métal, et de plusieurs fêlures sur le cadre en ardoise où sont gravés les cadrans verticaux. Par conséquent, nous croyons qu'il est nécessaire pour les autorités régionales et municipales chargées de la sauvegarde du patrimoine artistique et culturel d'intervenir dans les prochaines années en vue d'une rapide restauration. N'oublions pas que depuis l'époque hellénistique, les cadrans solaires s'utilisaient pour coordonner les activités comme les repas, les prières et les affaires, ce qui nous fournit donc des indices sur leurs utilisateurs⁷², sur la façon dont ils occupaient leur temps et sur la valeur des cadrans, mais également sur le savoir populaire et sur les différences entre les classes sociales⁷³. Ainsi, il est encore temps pour nous de conserver un magnifique et original ensemble gnomonique qui peut encore confier ses secrets aux angevins, aux historiens des sciences et aux passionnés de gnomonique.

⁶⁷ Si l'on adopte des lignes horaires plus rapprochées que les demi-heures, les "huit" se superposent, puisque l'équation du temps dépasse les 15'. Soler Gayá, *Diseño y construcción de relojes de sol y de luna*, Loc. cit.

⁶⁸ Dans le cloître du couvent se trouve un cadran solaire canonial plus ancien mais présentant une restauration du gnomon erronée et des détails indiquent que dans l'un des autres jardins se trouvait un cadran horizontal en ardoise avec un dessin horaire multiple (Mme. Robert, échange personnel).

⁶⁹ t astronome est l'auteur de plusieurs ouvrages météorologiques de grand intérêt qui à l'époque faisaient référence. A. G. Pingré, *Cometographie ou traité historique des comètes*, 2 vols, Paris, 1783 y *État du Ciel*, Paris, 1754–1757

⁷⁰ L'inventaire de la Commission des Cadrans Solaires répertorie 26 595 cadrans solaires en 2007 (incluant les collections privées) pour la France métropolitaine. Dans le Département du Maine-et-Loire ont été recensés 194 exemplaires lors de cet inventaire.

⁷¹ Margarida Archinard, Une Classification des Cadrans Solaires. *Annals of Science*, Vol. 64 (4), 2007, p. 522.

Nous faisons ici référence à la classification établie pour les cadrans sur colonne: 1. Cadrans solaires de hauteur. 1.2. Cadrans Solaires de Hauteur Modernes. 1.2.2. Vertical. 1.2.2-8. Colonne.

⁷² Mike Cowham, *A dial in your poke. A book of portable sundials*, Cambrigde, 2004

⁷³ Sara Schechner, The material culture of Astronomy in daily life: sundials, science, and social change, *Journal for the History of Astronomy*, vol. 32 (2001), p. 217

Remerciements

Je remercie le gnomoniste Lorenzo López pour son aide et ses commentaires sur le fonctionnement du cadran solaire de La Baumette, Roselyne Costa pour la traduction en français du texte espagnol, ainsi que D. R. Pettini pour la documentation apportée sur René Rohr, Madame Robert pour m'avoir aimablement permis de m'aventurer dans les jardins de La Baumette afin de prendre des photos, D. Sylvain Bertoldi (Conservateur des Archives d'Anjou, Angers) pour l'information apportée sur Albert Cheux et D. Denis Savoie (Directeur du planétarium et du département Astronomie-astrophysique du Palais de la découverte, Paris) pour son invitation à participer à ce numéro de la revue et ses explications mathématiques.



Note sur les cadrans cylindriques à chapeau

Denis Savoie

Les cadrans solaires cylindriques remontent à l'Antiquité ; c'est surtout au Moyen Age que ce sont développés une classe particulière, les cadrans solaires de hauteur. Ceux-ci constituent l'application pratique d'une formule de trigonométrie sphérique qui lie la hauteur h du Soleil à la latitude ϕ du lieu, à la déclinaison δ du Soleil (donc à la date) et à son angle horaire H , autrement dit à l'heure solaire :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

Le tracé horaire à la surface du cylindre consiste donc à utiliser l'ombre d'un gnomon horizontal de sorte qu'il indique directement l'angle horaire uniquement en fonction de la hauteur de l'astre du jour. Mais cette formule présente un « inconvénient » : car en dehors de midi solaire, la même hauteur du Soleil pour un même angle horaire n'est pas atteinte lorsque le Soleil se trouve dans une même direction, à la fois au cours de la journée et au cours de l'année. En d'autres termes, cette formule ne fait pas intervenir l'azimut du Soleil. Pour compenser cette « absence », on est obligé de rendre le cylindre mobile : on le tourne de telle sorte que le gnomon soit situé dans la direction du Soleil afin que son ombre soit verticale. Par cette opération manuelle, on « annule » la composante en azimut. Mais cette action sur le cadran n'est pas suffisante : il faut aussi connaître la date car pour un même angle horaire, la hauteur du Soleil dépend de la déclinaison. Notons que si ce type de cadran a été utilisé très tôt, cela vient de la facilité de son tracé qui ne demande pas beaucoup de calculs.

Si l'on choisit maintenant de rendre le cylindre complètement fixe, on a deux possibilités :

1) On peut encore utiliser le gnomon précédent mais il faut changer le tracé horaire. Le cylindre devient alors un cadran solaire « classique » à style droit, avec comme inconvénient majeur d'avoir une surface d'utilisation très réduite, à moins d'avoir un énorme cylindre

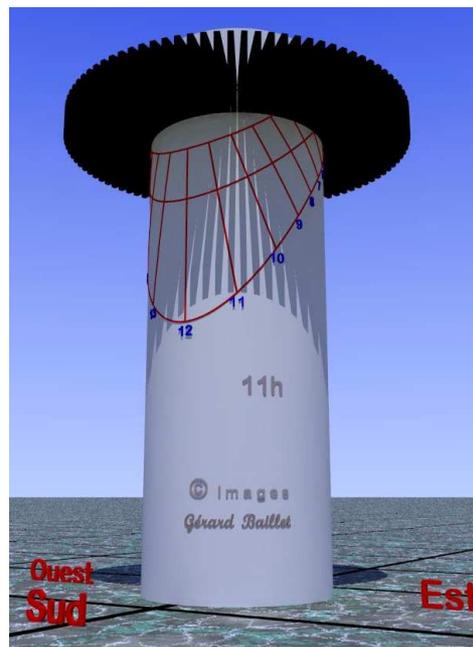


Fig. 1 – Cadran cylindrique multi-styles. Nous sommes au solstice d'été et il n'est pas encore 11 h solaire (image G. Baillel).

(comme un château d'eau). Avec cette solution, on « extrait » l'angle horaire du Soleil par une combinaison trigonométrique qui mêle l'azimut et de la hauteur du Soleil. La lecture de l'heure ne dépend plus comme dans le cadran de hauteur d'une position particulière de l'ombre du gnomon ni de la date.

2) La deuxième possibilité consiste à garder pour des raisons pratiques, comme dans le cadran de hauteur mobile, une ombre verticale, c'est-à-dire qui coïncide avec une génératrice du cylindre, – l'heure étant indiquée par l'extrémité de l'ombre –, et à ne plus dépendre de la date. Mais il faut pour cela munir le sommet du cylindre de « nombreux » styles droits car pour un azimut donné, qui correspond à la déclinaison gnomonique D d'un style, on déduit l'angle horaire H . Ce n'est véritablement que lorsqu'ils comportent des styles multiples que l'on peut d'ailleurs qualifier ces cadrans de « chapeau filtrant » car ils laissent passer de la lumière qui alterne avec de l'ombre (fig. 1). Cela n'en fait pas pour autant des cadrans de direction (comme un analemmatique) car c'est l'extrémité de l'ombre qui est censée indiquer l'heure, ni des cadrans de hauteur car l'heure dépend des deux coordonnées horizontales du Soleil. Quant aux lignes horaires, elles progressent de la droite vers la gauche (de l'Est vers l'Ouest), à l'inverse d'un cadran vertical classique ; on bénéficie ainsi d'un cadran qui fonctionne du lever au coucher du Soleil. Notons en outre que ces cadrans sont très simples à calculer comme on le verra par la suite.

La difficulté inhérente à ce type de cadran réside dans le fait que, pour un angle horaire donné, l'azimut varie entre deux extrêmes au cours de l'année, plus précisément entre deux solstices. En toute rigueur, il faudrait donc un style droit par jour pendant un semestre ; ceci pose un problème de *hiatus* dans la lecture de l'heure. Voyons cela sur un exemple concret. Sur la figure 2, on a représenté en rouge la ligne horaire 14 h ($H = 30^\circ$) et en bleu l'ombre du chapeau aux équinoxes ($\delta = 0^\circ$). En vert est tracé l'ombre verticale qui correspond au style droit fictif dont l'orientation correspond à l'azimut du Soleil. Prenons comme paramètres une latitude $\phi = 47^\circ 48'$, un cylindre de rayon $R = 14$ cm, un chapeau de largeur 20 cm (cadran supérieur du couvent de la Baumette). Le calcul montre qu'à 14 h aux équinoxes

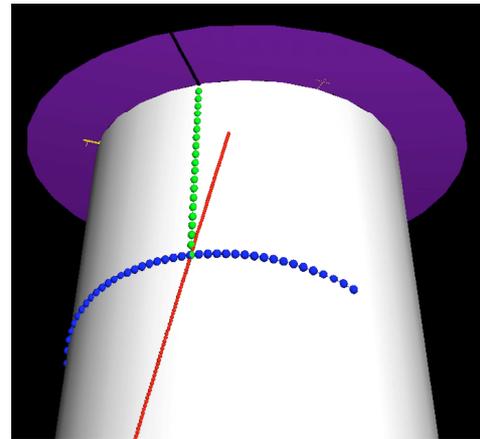


Fig. 2 – Cadran cylindrique muni d'un chapeau plein (en mauve) ; l'ombre verticale d'un style fictif du chapeau (en vert) tombe sur la ligne en rouge de 14 h.

à une telle latitude, l'azimut A du Soleil vaut $37^\circ,9313$ ($\tan A = \tan H / \sin \phi$) ; donc la déclinaison gnomonique du style droit doit être égale à cette valeur pour que l'ombre soit verticale. Mais à moins d'un hasard toujours possible, il est peu probable qu'un des styles ait cette orientation précise. Sur le cadran du couvent de la Baumette, il y a 96 styles sur la couronne, soit un écart de $3^\circ,75$ entre chaque style. Au pire, l'erreur peut donc atteindre $3^\circ,75$. Supposons qu'un visiteur arrive devant le cadran et ne voit aucune ombre verticale (celle correspondant à $37^\circ,9313$ étant passée depuis peu). Combien de temps doit-il attendre avant de pouvoir lire l'heure ? Il faut que l'azimut atteigne maintenant $37^\circ,9313 + 3^\circ,75 = 41^\circ,6813$ pour que le style suivant ait une ombre verticale. Ce qui aura lieu pour $H = 33^\circ,41$ soit à 14 h 14 m environ (au lieu de 14 h). Il s'agit évidemment ici d'un cas théorique car le visiteur aura remarqué sur le cadran que l'ombre quasi-verticale venait de toucher une ligne horaire (celle correspondant à $37^\circ,9313$) et donc qu'il venait d'être 14 h au Soleil.

Pour pallier à cet inconvénient, certains cadrans à chapeau ne comportent aucun style mais une couronne pleine : l'heure se lit au sommet de la courbe d'ombre engendrée par le chapeau, le sommet coïncidant avec l'ombre la plus courte. L'inconvénient cette fois-ci avec

ce système provient de l'appréciation par celui qui lit l'heure de l'endroit où se trouve le sommet de la courbe. D'autant plus que la concavité de la courbe d'ombre s'amointrit de plus en plus vers les heures du matin et du soir à tel point qu'il est impossible de lire l'heure, l'ombre du chapeau sur le cylindre étant quasi-horizontale. On retrouve le même problème de quasi-horizantalité de l'ombre en hiver (fig. 3).

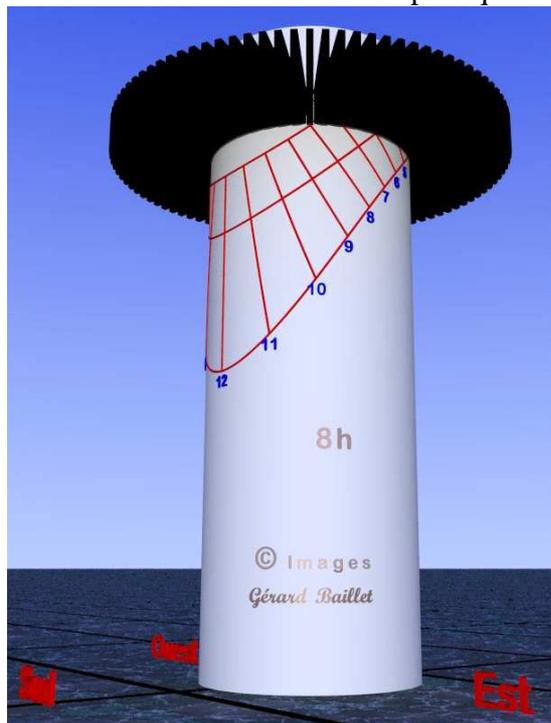


Fig. 3 – Aux alentours du solstice d'hiver, il est très difficile de lire l'heure car toutes les ombres des styles ont sensiblement la même longueur (image G. Baillet).

Ces exemples montrent bien que les cadrans à chapeau ne sont pas d'une lecture aisée.

Le calcul d'un cadran, comme on l'a dit, est simple⁷⁴. Soit (fig. 4) un cylindre de rayon R surmonté d'un chapeau de largeur a . Faisons passer par le sommet du cylindre et en son centre O un système d'axes, les y étant dirigés vers le Nord, les x vers l'Est, les z vers le zénith (fig.). Les coordonnées de l'extrémité de l'ombre d'un style droit depuis le point O , centre du cylindre, s'obtiennent par :

$x = -R \sin A$; $y = -R \cos A$; $z = -a \tan h$
avec

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta}$$

A étant du même signe que H .

Bien entendu, on peut ensuite modifier l'origine des coordonnées pour des raisons pratiques de report par exemple. Ces formules s'utilisent de la façon suivante : si on fait varier la déclinaison du Soleil en fixant H , on obtient les coordonnées d'une ligne horaire. Si on fait varier H en fixant δ , on obtient les coordonnées d'un arc diurne.

Si l'on souhaite tenir compte de l'équation du temps E dans le calcul des lignes horaires, il suffit de modifier l'angle horaire H tel que $H = L - E$, L étant l'heure solaire. A midi, on a bien $L = 0^\circ$ d'où $H = -E$. C'est ce système de cadran en temps moyen qui a été choisi au couvent des Baumettes, avec comme originalité supplémentaire un découplage des cadrans en deux semestres, ceci pour éviter une confusion dans la lecture de l'heure moyenne avec une courbe en huit totale.

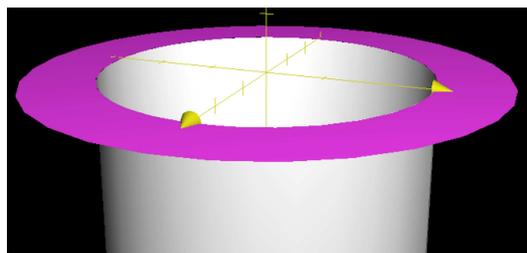


Fig. 4 – Un cylindre de rayon R est muni d'une couronne (mauve) de largeur a . Par le centre du cylindre passe un système d'axes.

En théorie, le cadran du couvent des Baumettes n'a pas besoin d'autant de styles droits ; car la déclinaison gnomonique maximale qui correspond aux levers et couchers solsticiaux est donnée par : $\cos D = -\sin \varepsilon / \cos \phi$
avec $\varepsilon = 23^\circ 27'$ pour la seconde moitié du XIX^e siècle. On obtient $D = \pm 126^\circ 20'$: on en déduit qu'une couronne de $252^\circ 40'$ doit être munie de styles.



⁷⁴ Sur la théorie des cadrans à chapeau, voir l'article de D. Savoie dans le même numéro de CadranInfo.



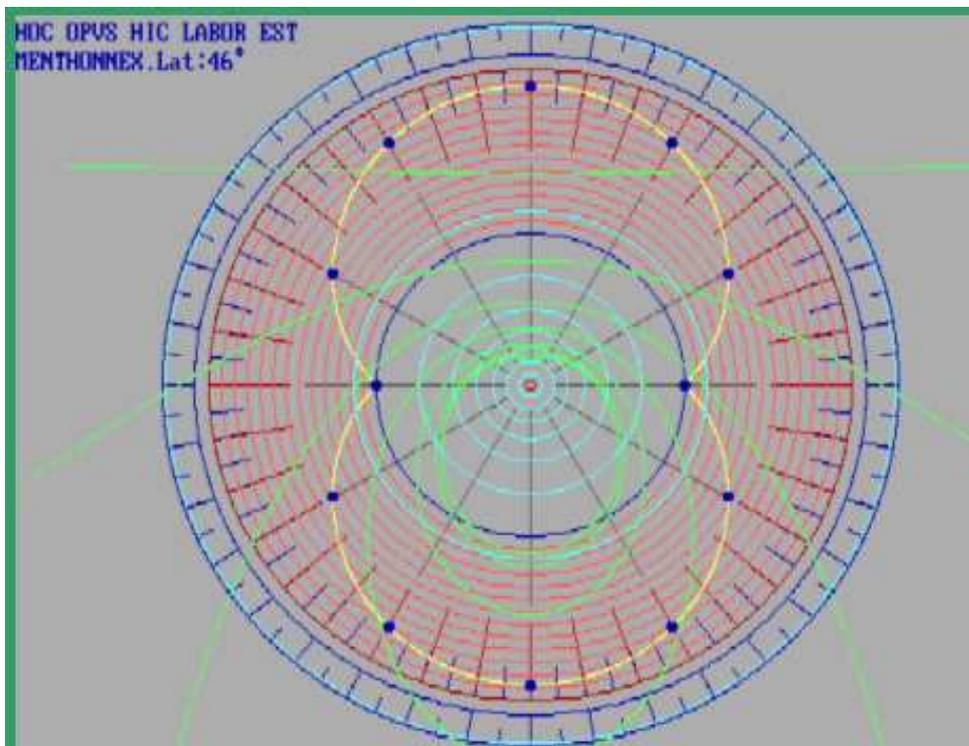
'Hhafir ou Sabot de cheval

Par Paul Gagnaire

Sous le sabot d'un cheval, on ne peut trouver la fortune, affirme un proverbe, tandis qu'un autre n'y logerait pas la vérité; il ne faudrait pas davantage y chercher la précision gnomonique. Messieurs Pierre Joseph Dallet et Joseph Theubet ont pris une part importante dans l'élaboration de ce cadran et de sa notice. Leur aide fut précieuse autant qu'agréable.

Le cadran de hauteur nommé « sabot de cheval » ou, si l'on se pique d'érudition, « 'hhafir », présente toutes les faiblesses des cadrans de hauteur qu'énumère le plus modeste traité de Gnomonique. L'information s'y lit sous une ombre ponctuelle; il souffre de la réfraction atmosphérique; entre XI et I (XIII) heures toutes les confusions s'y donnent rendez-vous; sous nos (trop hautes) latitudes, vouloir y faire apparaître en totalité la courbe de VIII – IV (XVI) heures va porter le cadran à des dimensions rédhibitoires¹. Et, pour couronner le tout, c'est un cadran de poursuite qui exige d'être ceinturé par un calendrier!

C'est donc, un peu, par jeu, pour rassembler sur un plan horizontal trois spécimens différents, (cadran d'angle horaire, d'azimut, de hauteur), que nous avons entrepris de calculer et de dessiner notre sabot et, très vite, nous est apparue l'idée qu'il était possible de l'entourer de tracés complémentaires dont le rôle pédagogique pourrait ne pas laisser indifférent le lecteur bienveillant.



Sur cette image, le sabot, stricto sensu, ne comprend que les 7 courbes vertes. On voit que la courbe IX – III est déjà lacunaire, mais de peu. Réduire légèrement le style suffirait à la faire se fermer et donnerait passage à la courbe horaire V-XIX, tout en haut du dessin.

¹ Cette difficulté est surmontée si l'on installe un style en forme d'astroïde, comme le propose Algo-Sola, logiciel de P.-J. Dallet.

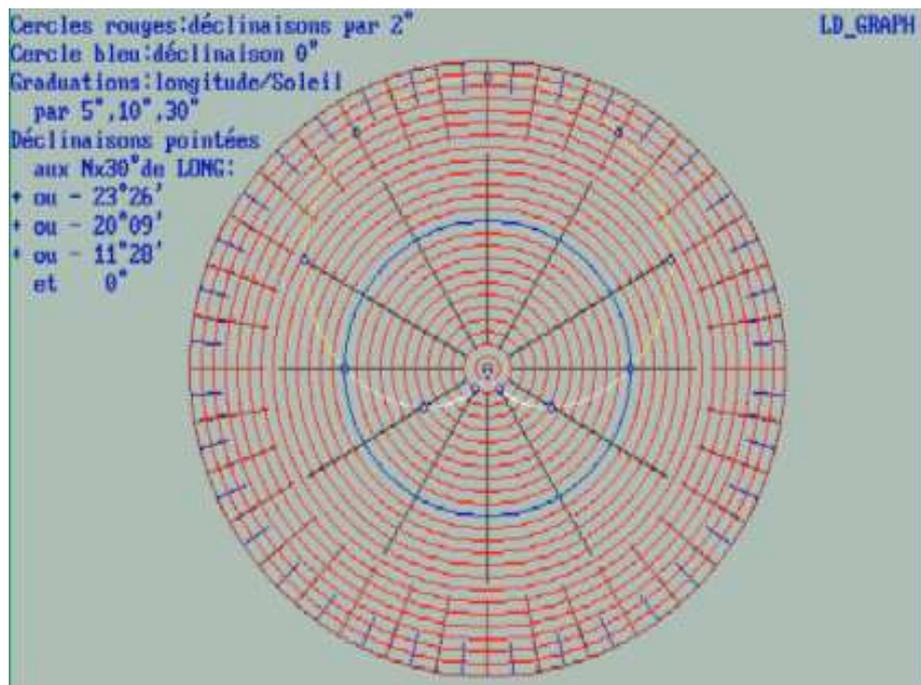
1°) la ceinture azimutale bleue.

Puisque le sabot fonctionne avec un gnomon vertical implanté au centre du dessin, un premier complément s'impose : une couronne azimutale fixe, ici en bleue, à la périphérie, et graduée tous les 5° et 10°. On peut la numéroter comme une simple table d'orientation, avec le Nord au nord, ou comme un cadran d'azimut, avec le Nord au sud ; alors, le Soleil au sud pousse l'ombre au nord et ce décalage de 180° affecte toute la graduation. Probablement, la construction s'en trouve plus compliquée puisqu'il faudra faire tourner le plateau à l'intérieur d'un entourage immobile.

2°) en toile de fond, l'année solaire².

En allant de la ceinture azimutale vers le centre, on rencontre une courbe jaune dont les deux boucles sont symétriques par rapport au diamètre horizontal du sabot. Cette courbe manifeste la déclinaison du Soleil, graduée par treize cercles rouges, concentriques, tracés avec un espacement égal à 2 degrés de déclinaison solaire. L'évolution de la courbe est réglée par la longitude éclipstique du Soleil, graduée tous les 5°, 10°, 30°. Un gros point bleu repère les passages de la déclinaison tous les 30 degrés de longitude, soit aux valeurs remarquables de 0° ; + - 11°47 ; + - 20°15 ; + - 23°44. Bien que tournant solidairement avec le cadran, ce tapis de fond reste un simple décor et ne procure pas d'information sous le point d'ombre du gnomon. Cependant, puisque la couronne azimutale est, elle aussi, comme la longitude, graduée en 360 degrés, les graduations de l'une et de l'autre se confondent et un rayon de longitude peut jouer le rôle d'un repère d'azimut quand l'ombre du gnomon raccourcit.

On peut aussi faire arriver jusqu'au voisinage du centre, valant alors -23°44, les déclinaisons négatives, mais cela oblige à tracer 13 autres cercles. Le cercle bleu est celui des déclinaisons 0°.

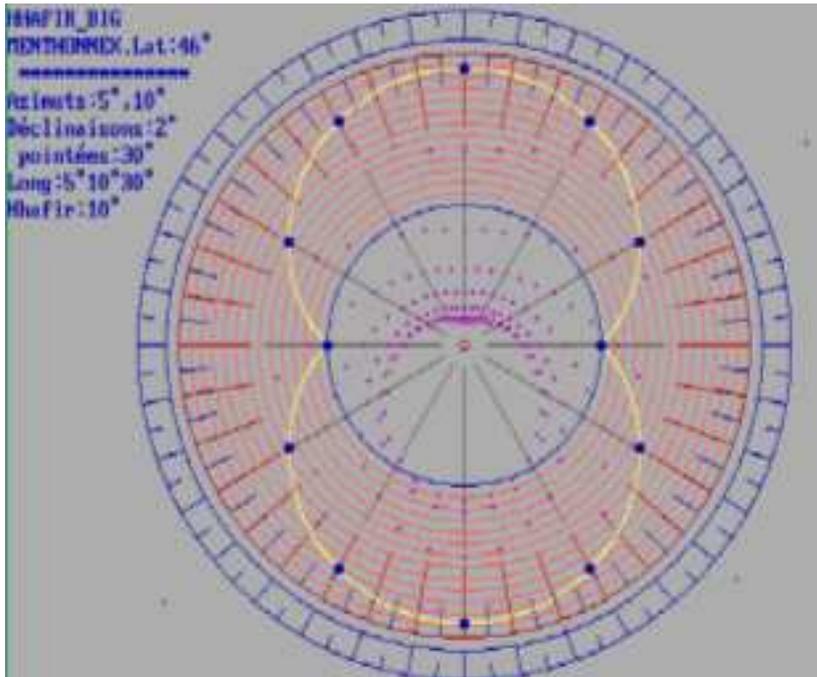


3°) les courbes d'heures du sabot, en vert clair (ci-dessous en grenat).

Ces courbes s'entendent sans plus d'explications. Elles comportent : XII ; XI et I ; X et II ; IX et III ; VIII et IV ; VII et V ; VI et VI (XVIII). Mais V et VII (XIX) sortent de l'épure.

On peut les tracer par points qu'on réunit ensuite avec un pistolet de dessinateur pour arrondir les courbes le mieux possible. L'imprimante d'ordinateur reste préférable.

² Au travers de ces gradins rouges, on pourrait aussi tracer la courbe de l'équation du temps, en coordonnées polaires.



4°) les cercles de hauteur, en bleu ciel.

Ils sont tracés en accord avec la hauteur du gnomon qui active aussi les courbes d'heures. Ici ils vont de 10° à 80°, par pas de 10 degrés.

5°) graduations tournantes découpant l'année.

Comme le sabot est un cadran de poursuite, il doit porter des repères tournants qui permettront de placer, chaque jour, l'ombre du gnomon sur le rayon de la date de l'observation. Sur notre image on a vu qu'il

était possible de tracer des rayons pour repérer les longitudes écliptiques du Soleil, de 0° à 360°. Tous les 30 degrés apparaît la frontière entre les signes du zodiaque, donc les entrées en tiers de saisons avec leurs déclinaisons caractéristiques : + ou - 23°44 ; 20°15 ; 11°47 ; 0°. Ces déclinaisons sont instables puisque leurs valeurs dépendent de la variation de l'obliquité de l'écliptique, mais c'est un glissement lent.

Il est encore possible, et plus pratique pour l'utilisateur, de faire correspondre des dates mensuelles et des longitudes, par exemple des progressions de 5 en 5 jours ou de 10 en 10, ou encore les jours (approximatifs) 1, 11, 21, etc. Mais ici la dérive est plus rapide puisqu'une telle graduation sera forcément définie à partir d'une année choisie dans un cycle de 4 ans, donc légèrement différente des trois autres. En outre, elle subira le lent glissement du calendrier grégorien, insensible au cours d'une vie humaine, mais réel, néanmoins. Il conviendrait de disposer de quatre ceintures de dates, graduées par jour calendaire, pour couvrir les quatre années du cycle, trois années ordinaires et une année bissextile.

Conclusion

A partir d'un cadran peu performant, il reste possible de prendre une bonne idée des relations que soutiennent entre eux l'azimut, la hauteur, l'angle horaire, la déclinaison et la longitude écliptique du Soleil.

Formulaire

1°) Hauteur d'un astre en fonction de son angle horaire et de sa déclinaison

$$\sin(h) = \sin(\text{PHI}) * \sin(D) + \cos(\text{PHI}) * \cos(D) * \cos(\text{AH})$$

$$\text{distance zénithale} = 90 - \text{hauteur}$$

2°) Déclinaison du soleil en fonction de sa longitude écliptique

$$\sin(D) = \sin(23^{\circ}44) * \sin(\text{longit})$$

Ces 23°44 sont la mesure de l'obliquité de l'écliptique, donc lentement variables.

Bibliographie

° J.J Sédillot et L.A.-M. Sédillot

Traité des Instruments astronomiques des Arabes composé au treizième siècle par Aboul Hhassan Ali al Marrakuschi ...

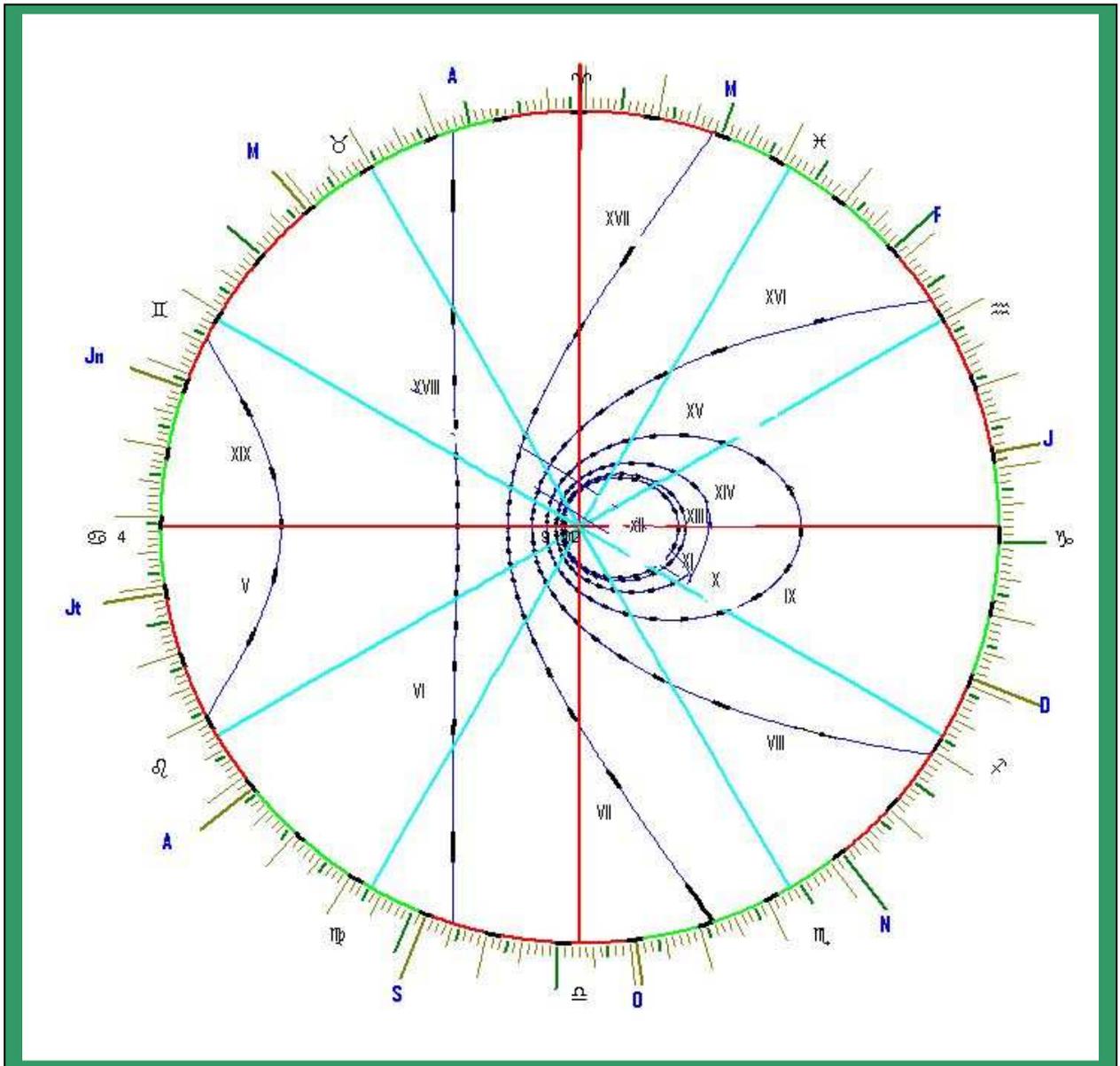
Imprimerie royale ; Paris ; MDCCCXXXIV

° Gianni Ferrari et Nicola Severino

Appunti per uno studio delle meridiane islamiche. Chez les auteurs; 1997 Voir les sites internet des auteurs.

° Jean Pierrat

Plateau solaire à lecture directe de l'heure UT. In Observations et travaux N°13 ; octobre 1988 ; pp.30-36



Avec Algo-Sola, logiciel de P.J. Dallet, la perfection est presque de ce monde !





Les Cadrans solaires à chapeau

Par Denis Savoie

Le cadran solaire à chapeau est le plus souvent un cylindre surmonté d'une corniche circulaire très en saillie qui projette une ombre. L'heure est indiquée par le sommet de l'ombre incurvée qui se déplace au cours de la journée. Pour améliorer la lecture de l'heure qui est parfois difficile lorsque l'ombre est peu incurvée, les rares constructeurs ont muni le chapeau de stries ou, - mieux -, ont remplacé la chapeau plein par une multitude de styles droits, de sorte que l'heure se lit théoriquement lorsque l'ombre d'un style droit est verticale et tombe sur une ligne horaire¹. Ce n'est véritablement que dans ce dernier cas qu'on peut parler de « chapeau filtrant » : le cadran de Pingré en est une variante extrême².

Les cadrans à chapeau sont des curiosités gnomoniques qui ne se limitent pas au cylindre.

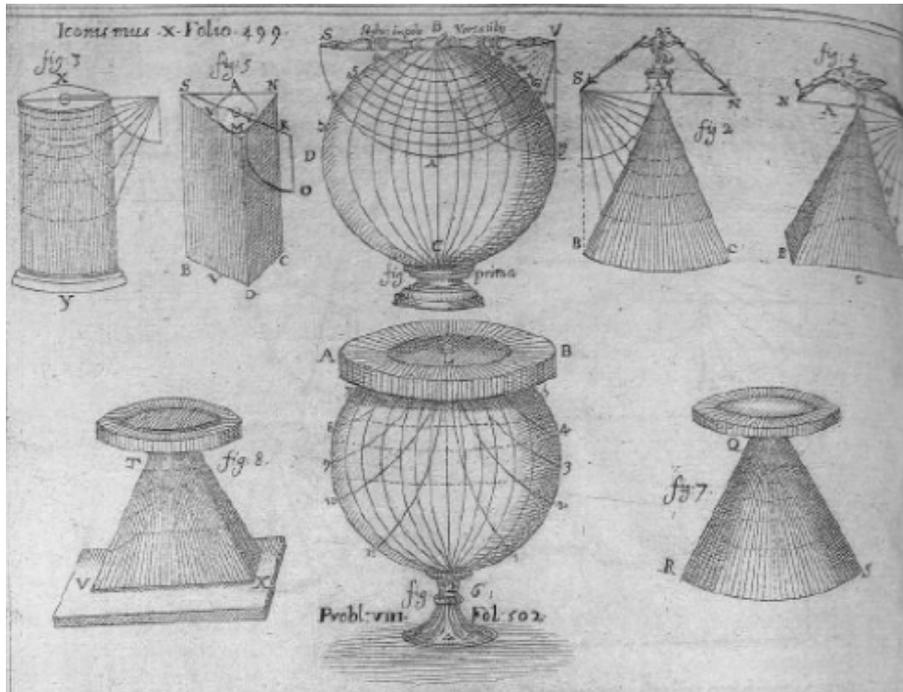


Fig 1

¹ La littérature sur les cadrans à chapeau filtrant est assez mince : voir en tout premier lieu Ozanam, *Récréations mathématiques et physiques*, t. 3, Paris, 1778, p. 256-261 et planche 13. Ozanam est pratiquement le seul à cette époque à expliquer avec clarté comment on réalise un tel cadran avec d'ailleurs une variante : voir A. Vial, « Théorie du cadran à chapeau », *CadranInfo* n° 20, octobre 2009, p. 110-112. Le problème du cylindre surmonté d'un chapeau a été traité analytiquement par un auteur anonyme (qui signe M. J. M.) dans les *Annales de mathématiques pures et appliquées* [appelées « Annales de Gergonne »], t. 3, 1812-1813, p. 372-376 et p. 385, planche 3. Le problème a été repris par J. Mollet, *Gnomonique graphique suivie de la gnomonique analytique*, Paris, 1837, p. 62-72. Deux réalisations sont décrites par R. R. J. Rohr, « Les cadrans solaires à chapeau filtrant de Saverne et de Lorquin », *Société d'Histoire et d'Archéologie de Saverne et environs, Cahiers trimestriels « Pays d'Alsace »*, Saverne, 1973, p. 9-12 ; du même auteur, *Les cadrans solaires*, éd. Oberlin, Strasbourg, 1986, p. 160-161. Nicolas Severino, dans *Gnomonica Kircheriana*, Roccasecca, 1995, p. 34, pense que Rohr n'a jamais consulté Kircher comme il le prétend. Voir enfin la récente découverte faite par M. Pizarro Gavilan, « Un cadran solaire insolite sur colonne dans l'ancien couvent de la Baumette », *CadranInfo* n° 22, 2010.

² Voir D. Savoie, *La gnomonique*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 223-231.

Al-Marrakuchi³ (XIII^e siècle) et Kircher⁴ en ont donné des exemples (fig 1). C'est pourquoi on

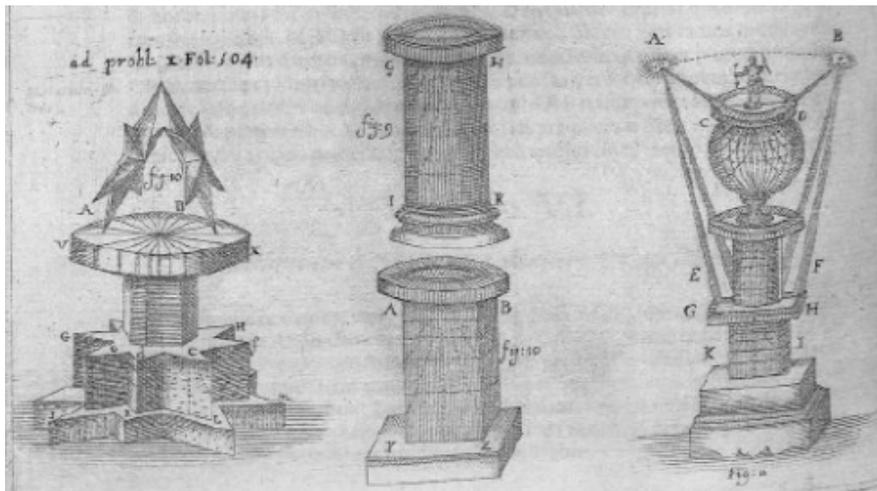
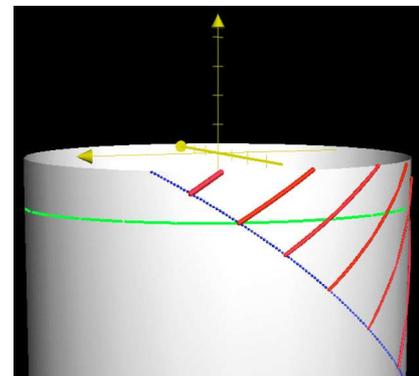


Fig. 1 (suite) : Planche extraite de *Ars magna lucis et umbrae*, Kircher, Rome, 1646. Les cadrans du milieu et du bas de la planche représentent des cadrans à chapeau sur une sphère, un cône et un cylindre.

donne ici la théorie de tels cadrans sur un cylindre, sur un cône et sur une sphère. On pourrait bien entendu multiplier les exemples sur d'autres volumes ; mais cela n'ajouterait rien au fait que les cadrans à chapeau ne sont pas d'une lecture aisée (fig.2) bien qu'ils soient faciles à calculer du moins sur un cylindre.

Fig. 2 : On représenté ici un cadran cylindrique auquel on a enlevé le chapeau. Les lignes horaires en rouge partent de 19 h à gauche, reliées par l'arc d'été en bleu. On a tracé en vert l'ombre du chapeau au solstice d'été à 18 h : sachant que l'heure se lit au sommet de la courbe d'ombre engendrée par le chapeau, on mesure la difficulté de lire l'heure, l'ombre du chapeau étant quasi-horizontale. ►



³ Al-Marrakuchi (dit Aboul Hhassan ali du Maroc), *Traité des instruments astronomiques*, traduit de l'arabe par J. J. Sédiilot, publié par L. AM. Sédiilot, tome 2, Paris, 1835, p. 586-589; le chapitre sur le calcul d'un cadran sur un cône (p. 602) étant plus que succinct, il n'est pas évident de dire si le cas d'un cône à chapeau est sous-entendu ici. Le dessin donné (fig. 128, planche XXXVI) est celui d'un cadran à chapeau à heures temporaires tracé sur un cylindre pour une latitude de 30°. Mais il ne s'agit pas d'un chapeau plein ou multi-styles : Al-Marrakuchi décrit un cylindre muni d'un gnomon horizontal mobile, au bout duquel se trouve un fil à plomb. L'utilisateur doit tourner le gnomon jusqu'à ce que son ombre coïncide avec celle du fil à plomb, ce dernier servant à assurer la verticalité de l'ombre. La couronne supérieure étant munie d'une échelle des azimuts, Al-Marrakuchi précise que l'utilisateur lit en plus l'azimut du Soleil. L'examen de la table des hauteurs et des azimuts du Soleil (p. 589) montre d'une part que ces derniers sont comptés depuis l'Est ou l'Ouest ; que l'obliquité de l'écliptique adoptée est 23° 35' ; la colonne « ombre » tabule la quantité (12.tan h) ; toutes les quantités sont évidemment données en heure temporaire pour une latitude de 30°.

⁴ A. Kircher, *Ars magna lucis et umbrae, in decem libros digesta. Quibus admirandae lucis et umbrae in mundo, atque adeo uniuersa natura, vires effectusque, uti noua, ita varia nouorum reconditorumque, speciminum exhibitione, ad varios mortalium usus, panduntur*, Rome, 1646, Livre VI. C'est évidemment dans ce célèbre ouvrage que l'on trouvera les descriptions de cadrans à chapeau les plus extraordinaires, représentées dans les folio 499 et 502. Curieusement, Kircher les classe dans la catégorie des cadrans portables (*De Horolabiis portatibus*) ; on y trouve par exemple un globe surmonté de deux styles tangents au zénith de la sphère, que Kircher appelle *dibrachion* ou bras double. A gauche du globe se trouve un cadran cylindrique classique de hauteur avec à côté un prisme ; et à droite du globe se trouve un cône de hauteur accompagné d'une pyramide. Kircher reprend ensuite au chapitre VIII ces formes géométriques qu'il munit d'une couronne circulaire dont il précise en marge qu'il s'agit de « *stylus in modum pectinis dentatus* », c'est-à-dire d'un style en forme de peigne denté. Comme le remarque N. Severino, c'est cette expression qu'un auteur imaginaire a traduit par « chapeau filtrant ».

1 – Théorie du chapeau sur un cylindre

Soit un cylindre de rayon R surmonté d'un chapeau de largeur a . Faisons passer par le sommet du cylindre et en son centre O un système d'axes, les y étant dirigés vers le Nord, les x vers l'Est, les z vers le zénith (fig. 3). Imaginons que le chapeau est composé d'une succession de styles droits de déclinaison gnomonique D .

Soit p , q , r et x_0 , y_0 les quantités suivantes, h et A étant respectivement la hauteur et l'azimut du Soleil calculés par :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta}$$

ϕ étant la latitude du lieu, δ la déclinaison du

Soleil et H son angle horaire (A est du même signe que H).

$$p = -\cos h \sin A; \quad q = -\cos h \cos A; \quad r = \sin h$$

$$x_0 = (R + a) \sin D; \quad y_0 = (R + a) \cos D$$

On calcule :

$$A = p^2 + q^2; \quad B = -2(p x_0 + q y_0); \quad C = (R + a)^2 - R^2; \quad \Delta = B^2 - 4AC; \quad \rho = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A}$$

Les coordonnées de l'extrémité de l'ombre d'un style droit depuis le point O , centre du cylindre, s'obtiennent par :

$$x = \rho p - x_0; \quad y = \rho q - y_0; \quad z = \rho r$$

On notera que ces formules se simplifient et deviennent :

$$x = -R \sin A; \quad y = -R \cos A; \quad z = -a \tan h$$

On peut d'ailleurs les obtenir sous cette forme beaucoup plus directement; mais la forme avec le facteur ρ a l'avantage d'avoir plusieurs usages comme on va le voir.

Bien entendu, on peut ensuite modifier l'origine des coordonnées pour des raisons pratiques de report par exemple.

Il y a plusieurs façons d'utiliser ces formules. Si l'on fixe H et δ en ne faisant varier que la déclinaison gnomonique D , on obtient les coordonnées de la courbe d'ombre à la surface du cylindre engendrée par le chapeau.

Si on fait varier la déclinaison du Soleil en fixant H et D tel que $D = A$, on obtient les coordonnées d'une ligne horaire. On peut intégrer l'équation du temps, la longitude du lieu et l'avance sur le Temps Universel dans l'angle horaire H ce qui permet d'obtenir un cadran de temps moyen ou de temps légal.

Enfin si on fait varier H en fixant δ et D tel que $D = A$, on obtient les coordonnées d'un arc diurne.

Exemple 1 : soit un cylindre de rayon $R = 10$ cm à chapeau de largeur $a = 20$ cm installé à une latitude $\phi = 47^\circ$. Calculons les coordonnées de l'ombre du chapeau à la surface du cylindre pour $H = 45^\circ$ et $\delta = +23^\circ,443$:

$$D = 71^\circ \quad x = -9,257 \text{ cm} \quad y = -3,784 \quad z = -21,603$$

calcul complet :

$$h = 47^\circ,172 \quad A = 72^\circ,614 \quad p = -0,649 \quad q = -0,203 \quad r = 0,733$$

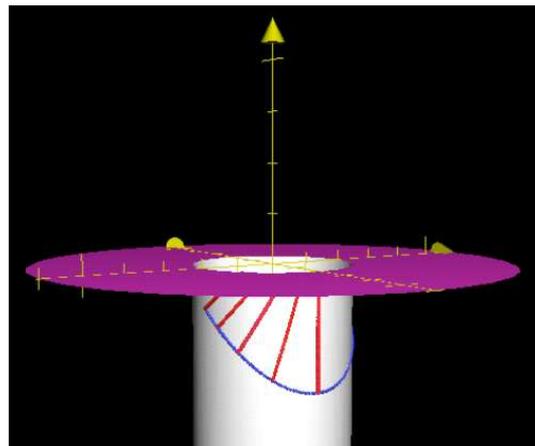


Fig. 3 : Cadran cylindrique à chapeau (en mauve). Par le centre du cylindre passe un système d'axes (en jaune). On a tracé quelques lignes horaires (en rouge) de midi à 16 h, reliées par l'arc diurne du solstice d'été (en bleu).

$$\begin{array}{llll} A = 0,462 & B = 40,753 & C = 800 & \Delta = 181,966 \quad \rho = -29,497 \\ D = 75^\circ & x = -9,842 & y = -1,773 & z = -21,663 \end{array}$$

Exemple 2 : calculons avec les paramètres précédents quelques coordonnées de la ligne horaire 14 h ($H = +30^\circ$) :

$$\begin{array}{lll} \delta = +23^\circ,443 & h = 56^\circ,391 & A = D = 55^\circ,970 \\ x = -8,287 \text{ cm} & y = -5,596 & z = -30,092 \\ \\ \delta = 0^\circ & h = 36^\circ,202 & A = D = 38^\circ,289 \\ x = -6,196 & y = -7,849 & z = -14,639 \\ \\ \delta = -23^\circ,443 & h = 14^\circ,532 & A = D = 28^\circ,287 \\ x = -4,739 & y = -8,806 & z = -5,184 \end{array}$$

Exemple 3 : calculons avec les paramètres précédents quelques coordonnées de l'arc d'été ($\delta = +23^\circ,443$) :

$$\begin{array}{lll} H = -15^\circ & h = 63^\circ,552 & A = -32^\circ,219 \\ x = 5,332 \text{ cm} & y = -8,460 & z = -40,206 \\ \\ H = 0^\circ & h = 66^\circ,443 & A = 0^\circ \\ x = 0 & y = -10 & z = -45,872 \end{array}$$

2 – Théorie du chapeau sur un cône

Soit un cône de révolution d'axe Oz, de demi-angle au sommet α , surmonté d'un chapeau circulaire de rayon a . Faisons passer par le sommet du cône et en son sommet O un système d'axes, les y étant dirigés vers le Nord, les x vers l'Est, les z vers le zénith (fig. 4).

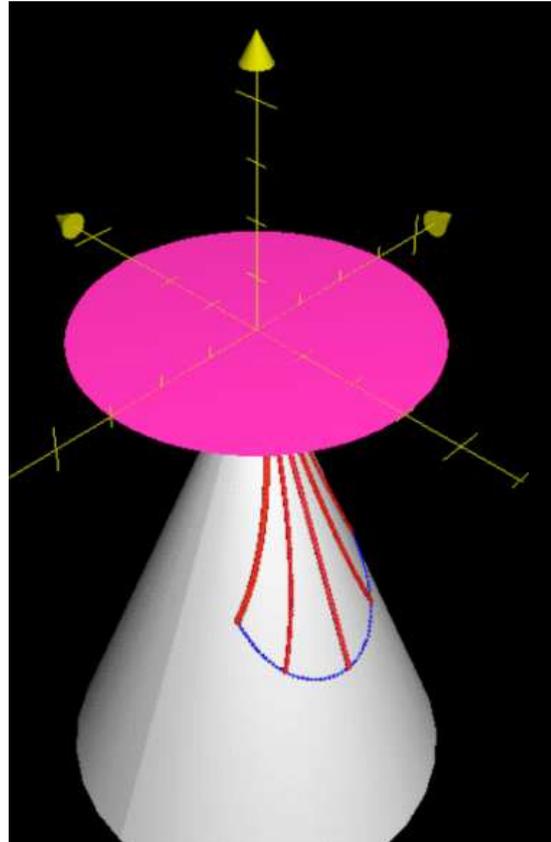
On calcule les quantités précédentes p, q, r puis :

$$\begin{array}{l} x_0 = a \sin D; \quad y_0 = a \cos D \\ A = p^2 + q^2 - r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha; \\ B = -2(p x_0 + q y_0); \quad C = x_0^2 + y_0^2 \\ \Delta = B^2 - 4AC; \quad \rho = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \end{array}$$

Les coordonnées de l'extrémité de l'ombre d'un style droit depuis le point O, sommet du cône, s'obtiennent par :

$$x = \rho p - x_0; \quad y = \rho q - y_0; \quad z = \rho r$$

Fig. 4 : Cadran conique à chapeau (en mauve). Par le sommet du cône passe un système d'axes (en jaune). On a tracé quelques lignes horaires (en rouge) de 10 h à 14 h, reliées par l'arc diurne du solstice d'été (en bleu). ►



Exemple : soit un cône de demi-angle au sommet $\alpha = 20^\circ$, surmonté d'un chapeau de largeur $a = 5 \text{ cm}$ installé à une latitude de 47° . Calculons quelques points de la ligne horaire $H = +30^\circ$:

$$\delta = +23^\circ,443 \quad h = 56^\circ,391 \quad A = D = 55^\circ,970$$

$x = -1,466 \text{ cm}$	$y = -0,99$	$z = -4,861$
$\delta = 0^\circ$	$h = 36^\circ,202$	$A = D = 38^\circ,289$
$x = -0,652$	$y = -0,826$	$z = -2,890$
$\delta = -23^\circ,443$	$h = 14^\circ,532$	$A = D = 28^\circ,287$
$x = -0,204$	$y = -0,380$	$z = -1,184$

3 – Théorie du chapeau sur une sphère

Soit une sphère de rayon R surmontée d'un chapeau tangent à son zénith de largeur a . Faisons passer par le centre de la sphère un système d'axes, les y étant dirigés vers le Nord, les x vers l'Est, les z vers le zénith (fig. 5). On calcule les quantités précédentes p, q, r puis :

$$x_0 = a \sin D; \quad y_0 = a \cos D$$

$$B = -2(p x_0 + q y_0) + 2 r R;$$

$$C = x_0^2 + y_0^2;$$

$$\Delta = B^2 - 4C; \quad \rho = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2}$$

Les coordonnées de l'extrémité de l'ombre d'un style droit depuis le centre de la sphère s'obtiennent par⁵ :

$$x = \rho p - x_0; \quad y = \rho q - y_0; \quad z = \rho r + R$$

Exemple : soit une sphère de rayon $R = 10 \text{ cm}$, surmontée d'un chapeau tangent de largeur $a = 9 \text{ cm}$ installé à une latitude de 47° . Calculons quelques points de la ligne horaire $H = +30^\circ$:

$$\delta = +23^\circ,443; \quad h = 56^\circ,391$$

$$A = D = 55^\circ,970$$

$$x = -5,851 \text{ cm}; \quad y = -3,951; \quad z = +7,082$$

$$\delta = -23^\circ,443; \quad h = 14^\circ,532$$

$$A = D = 28^\circ,287$$

$$x = -2,192 \text{ cm}; \quad y = -4,073; \quad z = +8,866$$

Fig. 6 : Sur ce cadran à chapeau multi-styles, il est midi solaire le 21 juin. La lecture de l'heure est ici plus aisée car c'est l'ombre verticale du style droit qui s'aligne sur une ligne horaire (image G. Baillet réalisée sous Pov Ray). ►

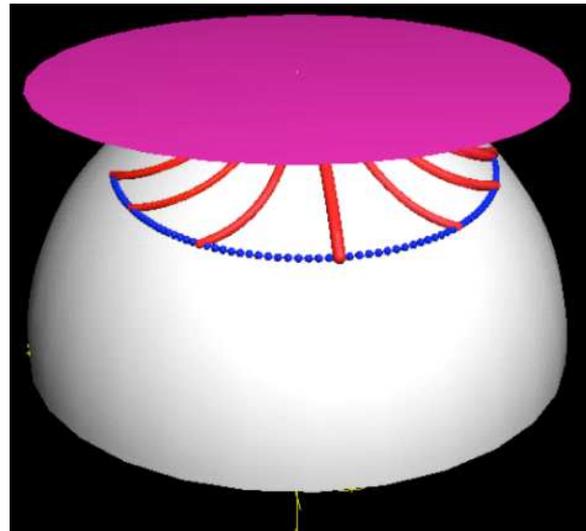
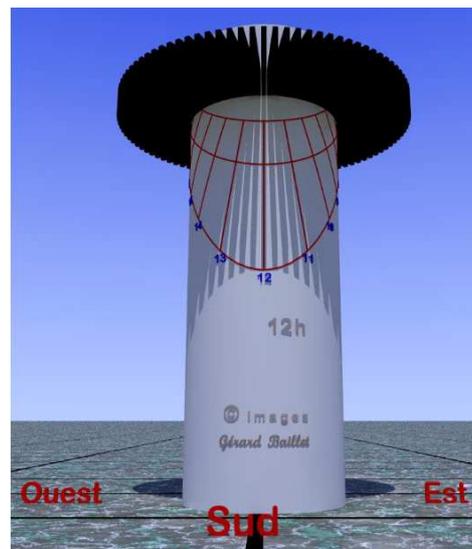


Fig. 5 : Cadran sphérique à chapeau (en mauve). On a tracé quelques lignes horaires (en rouge) de 9 h à 15 h, reliées par l'arc diurne du solstice d'été. La lecture de l'heure est particulièrement difficile sur ce type de volume, l'ombre du chapeau étant très peu incurvée quelle que soit la date et l'heure.



⁵ A. Kircher, dans son *Ars magna lucis et umbrae*, op. cit., folio 502 (voir la figure 1 du présent article), représente une sphère surmontée d'une couronne ; si le tracé est assez réaliste quant à la forme des lignes horaires, leur numérotation est par contre inversée : les heures de l'après-midi doivent être situées à gauche de midi. Lire l'heure sur un cadran sphérique est encore plus difficile que pour les autres volumes.



Le cadran analemmatique

Par Robert Sagot (1910-2006)

Le texte que l'on trouvera ci-dessous est la copie fidèle d'un article inédit de Robert Sagot retrouvé dans ses archives. Il est signé et daté de décembre 1969, août-septembre 1970. Les figures sont de sa main. Derrière le simple titre « Le cadran analemmatique » se cache la théorie générale de tous les cadrans solaires analemmatiques dont une esquisse avait été publiée dans la revue L'Astronomie en 1983 sous le titre « Esquisse d'une théorie du cadran analemmatique ». Il m'a paru souhaitable de publier cette étude qui ouvre des perspectives insoupçonnées de cadrans inédits à découvrir.

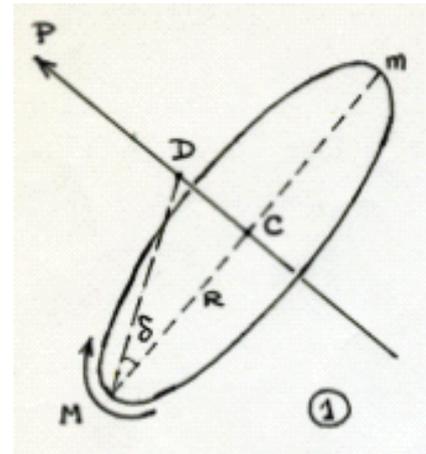
Denis Savoie

I – Génération de l'analemmatique

1 Cadran équatorial

La partie utile d'un cadran équatorial classique (fig. 1) se réduit à :

- un cercle ou anneau équatorial de rayon R , gradué en heures¹ espacées de 15° et numérotées dans le sens des aiguilles d'une montre², le midi local M étant sous le pôle P , dans le plan méridien.
- un point efficace D , c'est-à-dire le point du style portant ombre sur le cercle et situé à la distance $R \operatorname{tg} \delta$ du centre C de ce cercle, δ étant la déclinaison du Soleil.



2 Cadran cylindrique

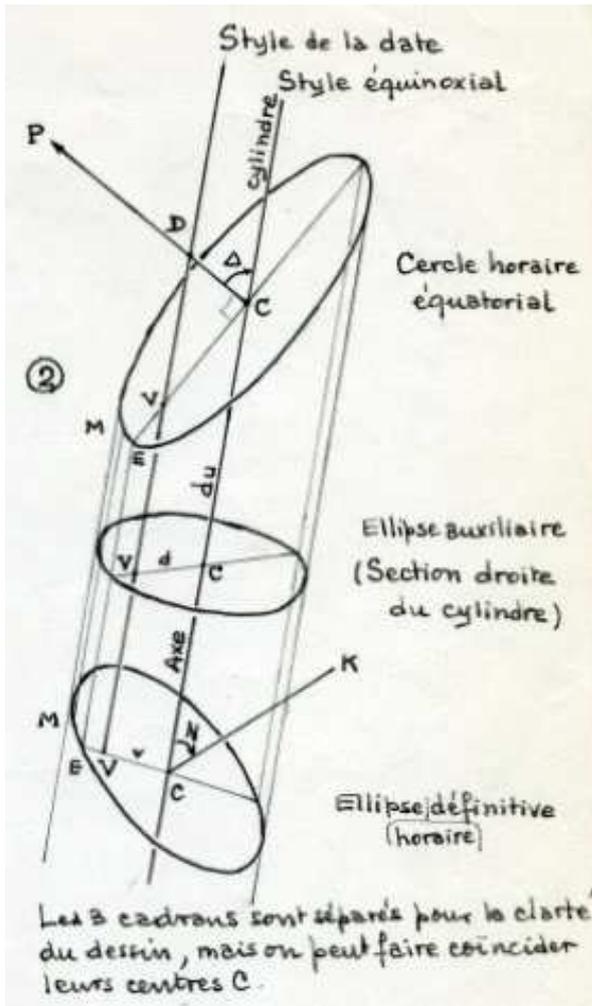
En déplaçant le cadran équatorial parallèlement à lui-même le long d'une trajectoire rectiligne quelconque, on fait décrire aux divers points horaires, au centre C et au point efficace D un faisceau de lignes parallèles (fig. 2). On engendre ainsi un cylindre oblique ayant pour base le cercle horaire initial, pour axe la trajectoire du centre C et pour section droite une ellipse qui sera étudiée plus loin³.

Chacune des génératrices du cylindre étant le lieu des positions occupées par l'un des points horaires du cercle, il s'ensuit que leur ensemble constitue un cadran cylindrique fonctionnant nécessairement en synchronisme avec le cadran équatorial initial. Son style – dont l'ombre vient recouvrir complètement et à tour de rôle les diverses génératrices – est formé par la droite décrite par le point efficace D .

¹ Heures pouvant être subdivisées en demies, quarts ou fraction plus petites.

² Appelé sens rétrograde en trigonométrie. On suppose ici que l'observateur regarde la face Nord de l'anneau horaire ; s'il en regardait la face Sud, il constaterait que les mêmes graduations lui apparaissent disposées dans un ordre inverse.

³ Quand la trajectoire est verticale, la section droite (horizontale) donne naissance au cadran analemmatique classique, à style droit.



Autre démonstration du synchronisme : en tout point de son déplacement, le cadran circulaire continue d'indiquer la même heure que s'il était resté à sa position initiale : pendant que le point D glisse le long du style, son ombre glisse de la même quantité sur une ligne horaire parallèle. Il est bien évident que ce déplacement n'altère en rien les propriétés géométriques du cadran initial : en particulier, la distance entre le point efficace D et son ombre portée sur le cercle reste invariable et, par suite, égale à ce qu'elle était dans le cadran équatorial, c'est-à-dire $(R \sec \delta)$. Cette valeur du vecteur-ombre est évidemment conservée dans toutes les sections que l'on peut pratiquer dans le cylindre⁴.

Noter que le style ne coïncide qu'exceptionnellement avec l'axe du cylindre ; cette question est reprise plus loin (II-1).

3 Cadran analemmatique généralisé

En coupant le cylindre et son style par un plan quelconque (fig. 2), on obtient une ellipse horaire dite définitive ; elle est synchrone du cercle équatorial puisque constituée par des points appartenant à des

lignes horaires dont les indications concordent avec celles du cercle initial.

On réalise ainsi un cadran correspondant à la définition de l'analemmatique consacrée par l'usage et réduite à l'essentiel : « Cadran à style mobile dont l'ombre marque l'heure par son intersection avec une ellipse »⁵.

Le cadran engendré est compris dans un plan d'orientation quelconque et possède un style dont l'orientation est également quelconque : c'est le cas le plus général qui puisse exister pour un analemmatique.

II – Notations & Remarques

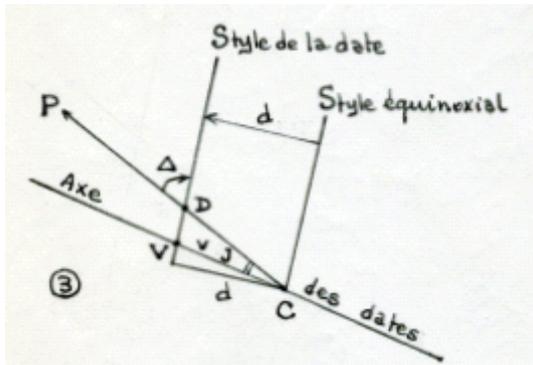
1. Déplacement du style

Selon la déclinaison du Soleil, donc selon la date, le point D change de position sur l'axe du monde. Le style du cadran cylindrique, qui doit nécessairement passer par ce point D

⁴ Valeur pratiquement constante au cours d'une journée : c'est avec le déplacement imposé au style en fonction de la déclinaison, la seconde constante journalière du cadran. Les variations annuelles de ce vecteur-ombre sont comprises entre $1R$ et $1,09R$.

⁵ Voir plus loin (II-4) la définition du cadran analemmatique généralisé. En fait, tous les cadrans, à style fixe ou mobile, sont étymologiquement des analemmatiques, puisqu'ils résultent de la projection de la sphère céleste sur un plan. Mais il y a une différence essentielle entre les deux catégories. Dans les cadrans à style fixe, la projection est gnomonique : le point de vue est au centre de la sphère. Dans les cadrans dits analemmatiques, la projection est orthographique pour les classiques et oblique pour certains modernes : le point de vue est à l'infini.

pour remplir correctement son rôle, a donc besoin d'être déplacé pour que cette condition soit réalisée. Au cours du déplacement, le style reste constamment parallèle à l'axe du cylindre et aux génératrices horaires.



Le style coïncide avec l'axe du cylindre quand D se confond avec C , autrement dit aux équinoxes. A toute autre date, le déplacement du style (fig. 3) :

- mesuré le long de l'axe du monde est $CD = R \operatorname{tg} \delta$, comme déjà mentionné
- mesuré dans le plan de la section droite est $d = CD \sin \Delta = R \operatorname{tg} \delta \sin \Delta$, Δ étant l'inclinaison du style sur l'axe du monde
- dans le plan du cadran est repéré sur une

droite (échelle des dates) et dépend de l'inclinaison ($D + J$) du style sur cette échelle ; sa valeur est $v = d / \sin(\Delta + J) = R \operatorname{tg} \delta \sin \Delta / \sin(\Delta + J)$.

Dans l'analemme horizontal classique, à style perpendiculaire au cadran, v et d sont identiques et valent $(R \operatorname{tg} \delta \cos \phi)$ puisque $\Delta = 90^\circ - \phi$, dans ce cas particulier, ϕ étant la latitude du lieu.

2. Ellipses auxiliaire et définitive

La forme et l'orientation de l'ellipse horaire ne dépendent que de la position du style S et de la normale K au cadran, par rapport à l'axe du monde, autrement dit du trièdre formé par ces trois axes et que trois paramètres suffisent à définir.

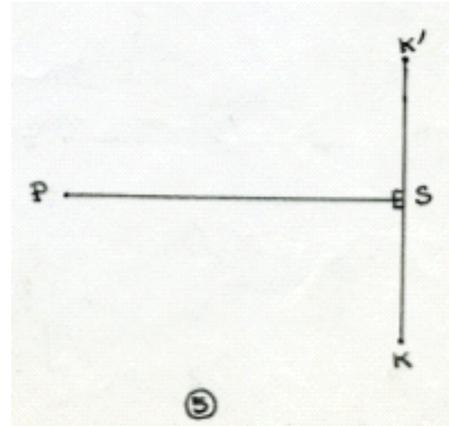
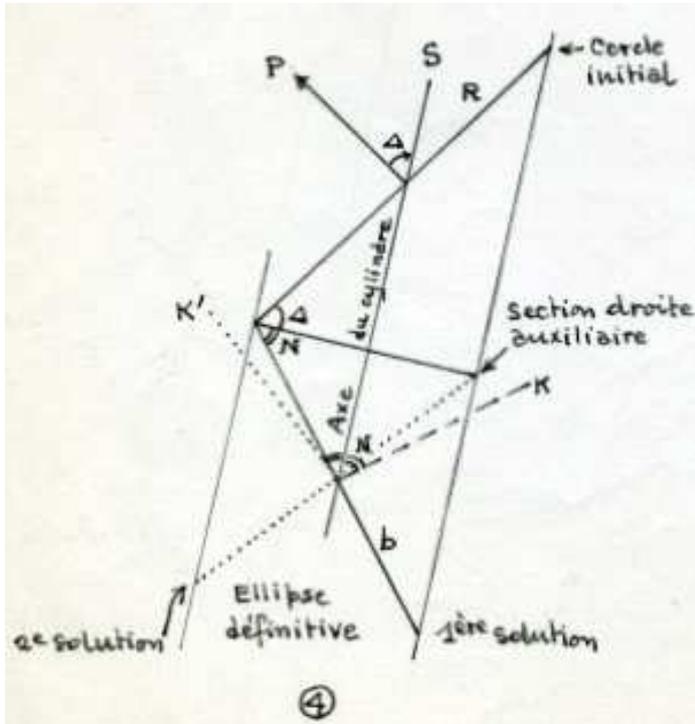
La section droite du cylindre, appelée aussi ellipse auxiliaire car elle peut servir d'intermédiaire pour la construction de l'ellipse définitive, est la projection orthogonale du cercle horaire initial. Son petit axe $2b$, sur lequel se meut le style, vaut $(2R \cos \Delta)$; son grand axe $2a$ est égal au diamètre $2R$ du cercle initial.

La section droite est en même temps la projection orthogonale de l'ellipse définitive, l'angle des deux ellipses étant l'angle N que forme le style S avec la normale K au cadran. Cette projection fait subir à l'ellipse définitive une compression égale à $(\cos N)$ et agissant parallèlement au plan style-normale (dont la trace sur le cadran est la sous-stylaire). Inversement, on retrouve l'ellipse définitive en dilatant l'ellipse auxiliaire dans le rapport de 1 à $1/\cos N = \sec N$, toujours parallèlement au plan style-normale (dont la trace sur l'ellipse auxiliaire est la sous normale). Le petit axe de l'ellipse auxiliaire, perpendiculaire au contour de celle-ci, ne peut devenir l'un des axes de l'ellipse définitive que si la dilatation n'altère pas cette perpendicularité, ce qui exige une dilatation s'effectuant parallèlement à l'un des deux axes de l'ellipse auxiliaire. En général, – donc en dehors de ces deux cas particuliers –, l'échelle des dates, solidaire du petit axe auxiliaire, est portée par un diamètre quelconque de l'ellipse horaire définitive⁶.

Pour que le petit axe auxiliaire devienne l'un des deux axes de l'ellipse définitive, il faut que la dilatation ait lieu parallèlement à cet axe, donc que le pôle P , le style S et la normale K soient dans un même plan ; ce qui est réalisé dans la plupart, pour ne pas dire la totalité, des analemme actuellement connus. Dans ce cas particulier, l'ellipse auxiliaire est inutile et l'on obtient l'ellipse définitive en multipliant les ordonnées de cercle initial (parallèles à la sous-stylaire) par $(\cos D/\cos N)$ (fig. 4). L'axe transversal, perpendiculaire au plan PSK , est égal au diamètre du cercle $2R$. L'axe des dates, situé dans le plan PSK , vaut $2R \cos D/\cos N$; selon les valeurs respectives de D et de N , il est soit plus grand soit plus petit

⁶ Cette remarque sera utilisée plus loin (II-4) pour la définition de l'analemme généralisé.

que l'autre. La construction (fig. 4) ainsi que la relation dans laquelle $\cos N$ peut être remplacé par $\cos(-N)$ montrent qu'il y a deux solutions symétriques pour l'ellipse définitive. Deuxième cas particulier : le grand axe auxiliaire devient axe de l'ellipse définitive. La dilatation se fait perpendiculairement au plan pôle-style (fig. 5) et l'angle dièdre PSK vaut $\pm 90^\circ$ (deux solutions symétriques). L'aplatissement devient plus accusé par suite de l'allongement du grand axe : $2R/\cos N$. Le petit axe (inchangé : $2R \cos \Delta$) porte toujours l'échelle des dates.

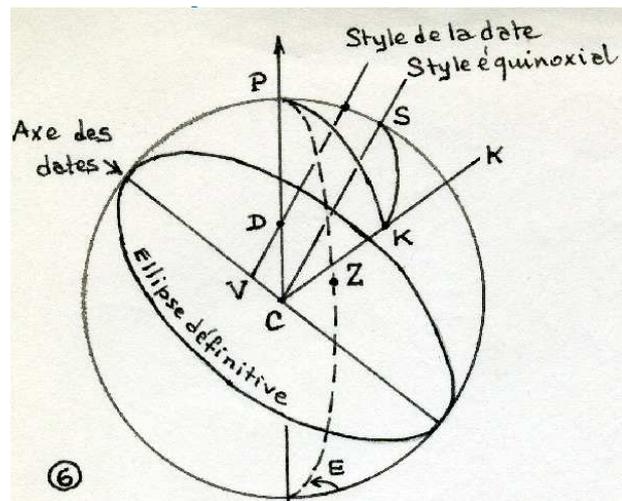


Remarque importante : ne pas oublier que tout cadran peut avoir deux faces, comme le cercle équatorial initial qui peut être vu de deux façons différentes. L'aspect de la seconde face est celui que l'on pourrait observer à l'envers d'un cadran en verre dépoli : graduations toujours

sur le même bord de l'ellipse mais croissant en sens inverse, position du pied du style inchangée ; la partie utilisée pour cette seconde face est le prolongement de celle servant pour la première⁷.

3. Indications horaires du cadran

Plaçons l'ellipse définitive et son trièdre caractéristique C-PSK au centre de la Terre, supposée transparente (fig. 6). Le cadran, tel qu'il a été construit, indique le temps vrai du méridien terrestre passant par S. Il peut être transporté (avec son ellipse, son échelle des dates et son style) parallèlement à lui-même, en n'importe quel point de la surface du globe : il continuera de fonctionner exactement comme s'il était encore au centre C, donc en indiquant l'heure du méridien S⁸.



⁷ Quand le cadran est opaque, il doit être tracé et gradué sur les deux faces et le style (mobile dans une rainure) se prolonge se part et d'autre du cadran biface (on suppose que les conditions locales ne s'opposent pas à une telle réalisation). Quand il affecte la forme d'un anneau horaire elliptique, il suffit de le graduer sur sa tranche interne (ou externe dans certains cas), exactement comme les cadrans équatoriaux armillaires (du type scandinave par exemple).

Mais on préfère lire directement l'heure du méridien d'utilisation, passant par Z, et faisant un angle E avec le méridien d'origine. Deux solutions :

1°/ Faire tourner le cadran (avec son style) d'un angle E autour de l'axe du monde, ce qui amène l'arc PS sur le nouveau méridien : le cadran est mis à l'heure.

2°/ Laissant le cadran en place, on corrige toutes les heures de +E, ce qui est sans inconvénient si E est multiple de 15° (1 heure). Si le décalage n'est pas aussi simple, on fait tourner le cercle horaire initial de la quantité E avant de procéder à la détermination des points horaires auxiliaires et définitifs⁹.

La connaissance de $PZ = 90^\circ - \phi$ permet d'orienter le cadran dans un système de coordonnées horizontales qui sont obtenues à partir des coordonnées horo-équatoriales utilisées précédemment. Noter que la latitude ϕ du lieu n'intervient pas dans la construction du cadran (ellipse, échelle des dates, points horaires) mais seulement dans sa mise en place.

4 Définition générale de l'analemme

Les remarques faites ci-dessus montrent que la définition classique du cadran analemme est beaucoup trop restrictive ; il faut la purger des différences spécifiques relatives au cadran horizontal à style droit ou oblique. Cela fait, il reste :

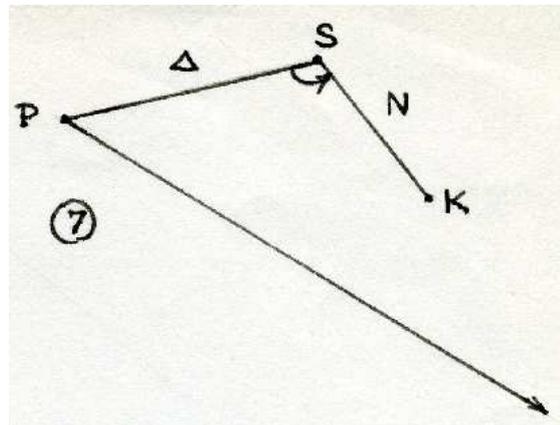
« Cadran plan dans lequel l'heure se lit à l'intersection d'une ellipse et de l'ombre d'un style rectiligne qui, en fonction de la déclinaison du Soleil, est déplacé parallèlement à lui-même sur un diamètre de l'ellipse sans cesser de s'appuyer sur l'axe du monde ».

Il va de soi que l'ellipse peut avoir n'importe quel aplatissement et peut être un cercle ou une droite. Remarque que la définition ne spécifie pas que l'un des axes de l'ellipse est dans le méridien du lieu, ni que le diamètre servant de guide au déplacement du style coïncide avec l'un des axes ou avec le méridien ; ce n'est que pour quelques cas particuliers que certaines de ces conditions se trouvent réalisées.

III – Variétés de cadrans

Plusieurs variétés de cadrans analemme ont été signalées, sporadiquement, depuis plus de trois siècles. La généralisation les englobe toutes implicitement ; il suffit de faire varier les paramètres du cadran généralisé pour voir apparaître toutes les particularités, signalées ou non, ainsi que leurs apports mutuels.

On a vu dans la section précédente (II-2) que trois paramètres suffisaient pour définir l'ellipse horaire et son échelle des dates. Pour la construction du cadran, on retient (parmi les six



offerts par le trièdre caractéristique) les trois suivants : l'inclinaison Δ du style sur l'axe du monde, l'inclinaison N du style sur la normale K au cadran et l'angle dièdre S formé par les

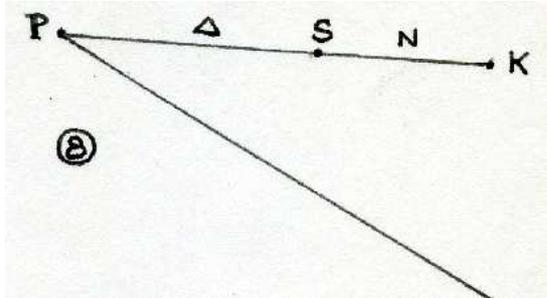
⁸ Ce qui ne veut pas dire qu'il fonctionnera comme s'il était sur le méridien S ; mais lorsque les conditions locales d'éclairement le lui permettent, il marquera les mêmes heures que celles qui seraient données par le cadran central et le cadran de S, s'ils pouvaient recevoir en tout temps les rayons du Soleil.

⁹ La seconde solution paraît exiger double travail : il n'en est rien. Pour la première solution, on opère sans correction du cercle initial, puis on fait pivoter le cadran jusqu'à ce que son style soit dans le méridien, sans se préoccuper de ce que devient l'orientation de l'ellipse. Pour la seconde, où l'orientation du cadran par rapport au méridien est imposée, on opère après correction du cercle initial, – et c'est tout. Dans les deux cas, l'heure utilisée peut être celle d'un méridien légal, ce qui modifie la valeur constante E.

plans CPS et CSK (fig. 7). Dans la présente section, nous choisirons des paramètres dérivés de ceux-ci et mieux adaptés à l'étude des variations de la forme des ellipses.

1. Axes alignés

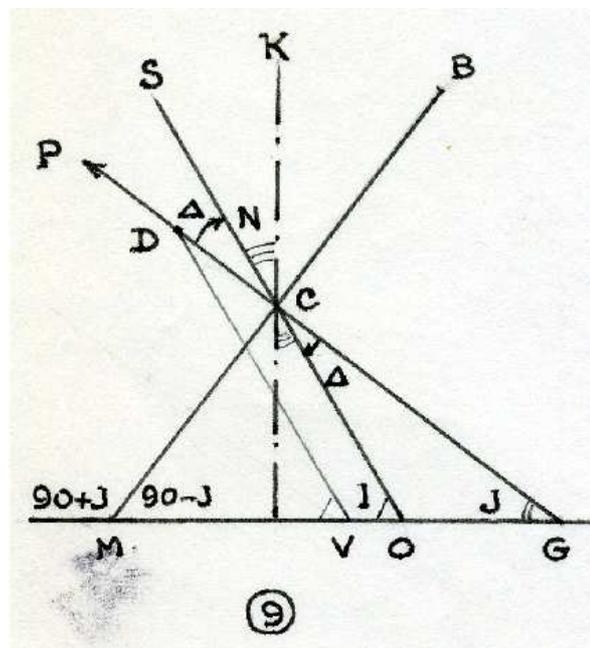
Toutes les variétés mentionnées jusqu'à présent concernent exclusivement des cadrans dans lesquels le trois axes (pôle, style et normale) sont dans un même plan : P, S et K sont



alignés et S vaut 0° ou 180° (fig. 8).

Tous les analemmatiques méridiens, à style droit ou oblique, présentent cette particularité qu'ils partagent avec certains extra-méridiens (l'alignement PSK de la figure 8 caractérise un cadran de ce dernier type, où le style et la normale sont en dehors du méridien PZ).

Ici, on ne dispose plus que de deux paramètres et la construction s'en trouve simplifiée (II-2), puisqu'on n'a plus besoin de l'ellipse auxiliaire. Prenons le plan du papier pour plan commun aux trois axes P, S et K (fig. 9) ; il est perpendiculaire au cadran qu'il coupe suivant la droite MG. Dans toute les figures, le cadran lui-même sera représenté en dessous de cette ligne MG, après rabattement. Au lieu du paramètre N, on se servira de I, inclinaison du style sur le cadran : $I = 90^\circ - N$. Un autre paramètre, J, inclinaison de l'axe du monde sur le cadran, est une combinaison de Δ et de N : $J = 90^\circ - (\Delta + N)$. On a la relation : $I = \Delta + J$.



Nota : quand le cadran est méridien et horizontal, MG est orientée Nord-Sud et $J = \phi$, latitude du lieu.

1A. Variation de l'inclinaison du style

Donnant à J une valeur fixe, inférieure à 90°, on fait varier l'angle I. L'axe transversal de l'ellipse reste invariable : $2a = 2R$, diamètre du cercle initial ; l'autre axe, portant l'échelle des dates, est (II-2) : $2b = 2R \cos \Delta / \cos N$, ou, en introduisant I et J : $2b = 2R \cos \Delta / \sin I = 2R \cos \Delta / \sin(\Delta + J) = 2R \cos(I - J) / \sin I$.

Rapport des demi-axes : $b/a = \cos \Delta / \sin(\Delta + J) = \cos(I - J) / \sin I$.

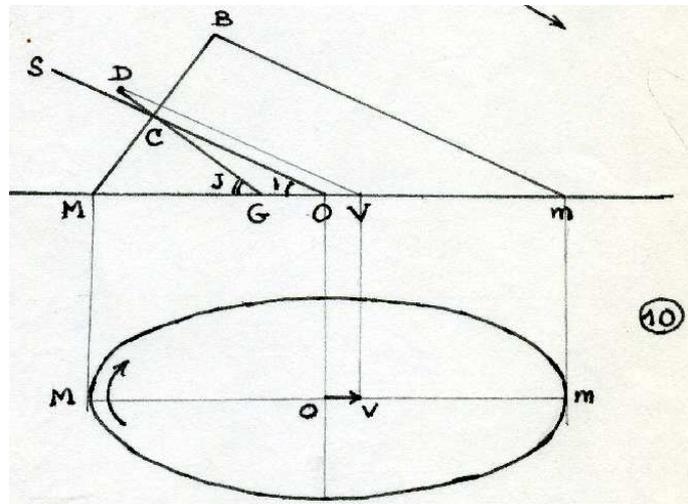
Déplacement du pied du style : $v = R \operatorname{tg} \delta \sin \Delta / \sin(\Delta + J) = R \operatorname{tg} \delta \sin(I - J) / \sin I$.

Compte tenu de la valeur de b : $v = b \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \Delta = b \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg}(I - J)$, relation qui sera utile quand on voudra savoir à quel moment l'échelle des dates déborde l'ellipse.

Dans toutes les figures, la position du point D est celle qui correspond au tropique du Cancer ($\delta = \omega = +23^\circ 27'$) ; $OV = V$ est le déplacement correspondant du style sur l'échelle des dates. Par convention, le déplacement est considéré comme direct quand il est dirigé vers l'hémisphère céleste où se trouve le Soleil : il a même signe que la déclinaison du Soleil ; il est inverse, dans le cas contraire.

a/ $I = 0^\circ$: style parallèle au cadran ; cylindre coupé par un plan parallèle au style. C'est un cas limite : axe $2b$ infini, ellipse réduite à deux lignes horaires parallèles (à ± 6 h du point M ; mais en déplaçant le plan, on peut avoir d'autres paires d'heures). Sans intérêt pratique.

b/ $0^\circ < I < J$ (fig. 10) : ellipse très allongée, $b > a$, b/a diminue. Heures en sens normal dans la partie sub-polaire de l'ellipse. L'échelle des dates, inversée, diminue quand I augmente. Pour le solstice d'été, $V/b = \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} (I - J) = -\operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} (J - I)$, avec $I < J$; l'échelle des dates peut déborder l'ellipse si $(J - I) > 66^\circ 33'$ (dans ce cas, il y a double intersection de l'ellipse et ambiguïté de lecture ; voir ci-après en g).



c/ $I = J$: O et V coïncident avec G , le style se confond avec l'axe du monde.

Ellipse allongée (b étant l'hypoténuse du triangle rectangle MCG dans lequel $CM = R = a$). Position et sens des heures : sans changement. Déplacement nul du style, qui est fixe.

Rapport $b/a = \cos (I - J) / \sin J = 1 / \sin J > 1$. Le cadran obtenu est un cadran classique, à style polaire. Dans le cas particulier du nota III-1, c'est un azimutal. D'une manière générale, c'est un incliné-déclinant à style polaire. On retrouverait l'aspect habituel du cadran classique à lignes horaires rayonnantes et joignant les points horaires de l'ellipse au pied (fixe) du style.

Il convient de signaler que cette ellipse n'est pas la seule utilisable. On peut, après tracé des lignes horaires qui serviront d'auxiliaires pour la construction, lui substituer n'importe quelle autre ellipse et même n'importe quel autre contour curviligne ou polygonal sur lesquels seront marqués les points horaires. Exactement comme on peut le faire avec tous les cadrans à style fixe. Le point G ou, ce qui revient au même, l'égalité $I = J$ marque la séparation entre les cadrans à déplacement inversé et ceux à déplacement direct.

d/ $J < I \leq (90^\circ + J)/2$: l'ellipse tend vers le cercle. Position et sens des heures : sans changement. L'échelle des dates, directe, augmente. Quand il y a égalité entre a et b , c'est-à-dire quand $a = b$ ou $b/a = 1$, l'ellipse devient un cercle (fig. 11). Ce qui a lieu quand le triangle MCO devient isocèle, avec $CM = OM$; d'où $2I = 180^\circ - CMG = 90^\circ + J$.

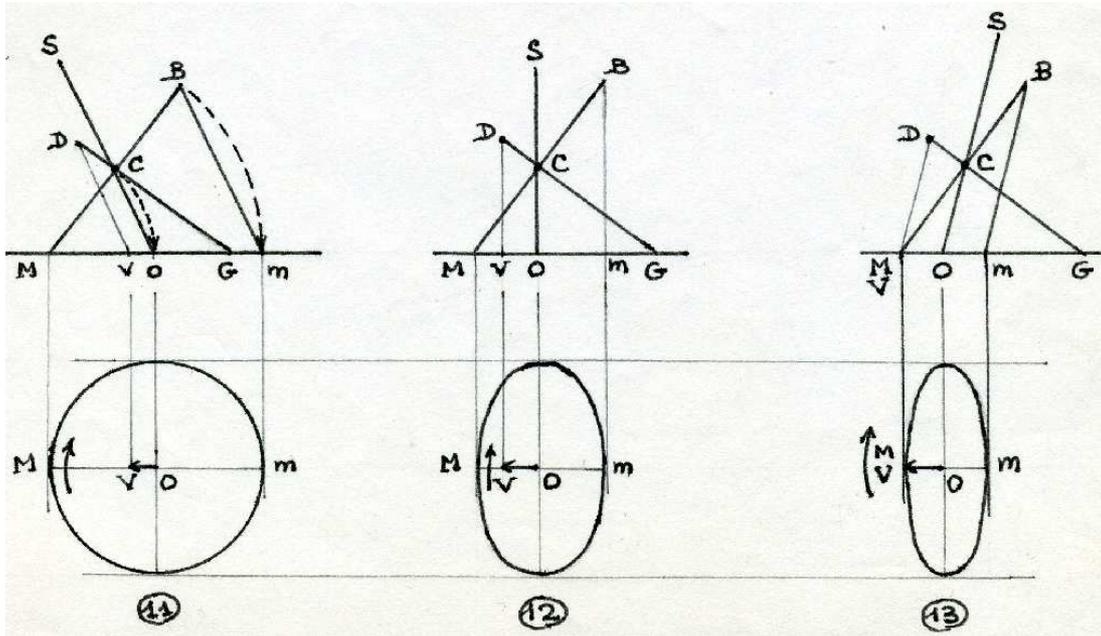
Déplacement du style : $v = a \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} (90^\circ - J)/2$.

Géométriquement, le cadran obtenu est le rabattement du cadran équatorial initial sur le plan MG (on verra plus loin que le rabattement peut se faire aussi de l'autre côté de M).

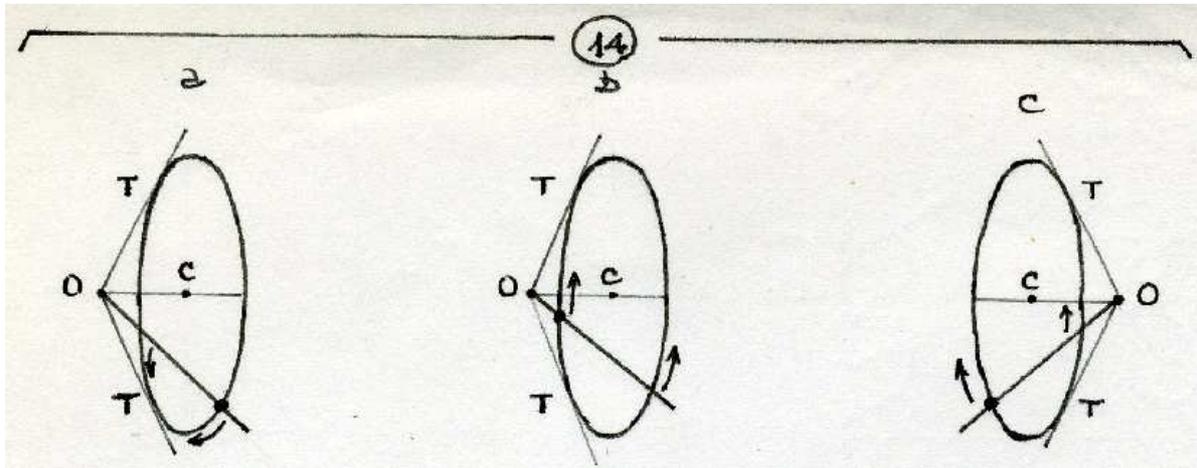
e/ $I = 90^\circ$: après son passage par la forme circulaire, l'ellipse s'aplatit. L'échelle des dates, directe, continue d'augmenter. Quand $I = 90^\circ$, le style est perpendiculaire au cadran (fig. 12). Petit axe $2b = 2R \sin J$ et $b/a = \sin J$. Déplacement $v = a \operatorname{tg} \delta \cos J = b \operatorname{tg} \delta \cot J$. Dans le cas particulier du nota III-1, ce cadran devient l'analemme classique à style vertical ; dans les formules, J est à remplacer par ϕ , latitude du lieu.

f/ $I = 90^\circ + J - \omega$: comme V (valeur de v au solstice d'été) augmente tandis que b diminue, le pied du style va atteindre puis dépasser le contour de l'ellipse (même chose au solstice d'hiver). Egalisation : $V = b$ quand D se projette en M sur l'ellipse, c'est-à-dire quand le style

devient parallèle à DM (fig. 13), d'où $I = MOS = 90^\circ + J - \omega$ et $V = b = a \sin \omega / \cos(J - \omega)$;
 $b/a = \sin \omega / \cos (J - \omega)$.



$g/ 90^\circ + J - \omega < I < 90^\circ + J$: le petit axe continue de diminuer tandis que l'échelle des dates le déborde de plus en plus (dans les deux sens : Cancer et Capricorne). L'ellipse, – supposée tracée intégralement – est coupée par l'ombre en deux points, alignés avec le pied du style. Ces points se déplacent en sens contraires ; seul est à tenir pour valable celui qui se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre. Au cours de leurs progressions inversées, les deux points d'ombre se croisent à deux reprises de part et d'autre du petit axe¹⁰ ; l'ombre du style est alors tangente à l'ellipse (fig. 14).



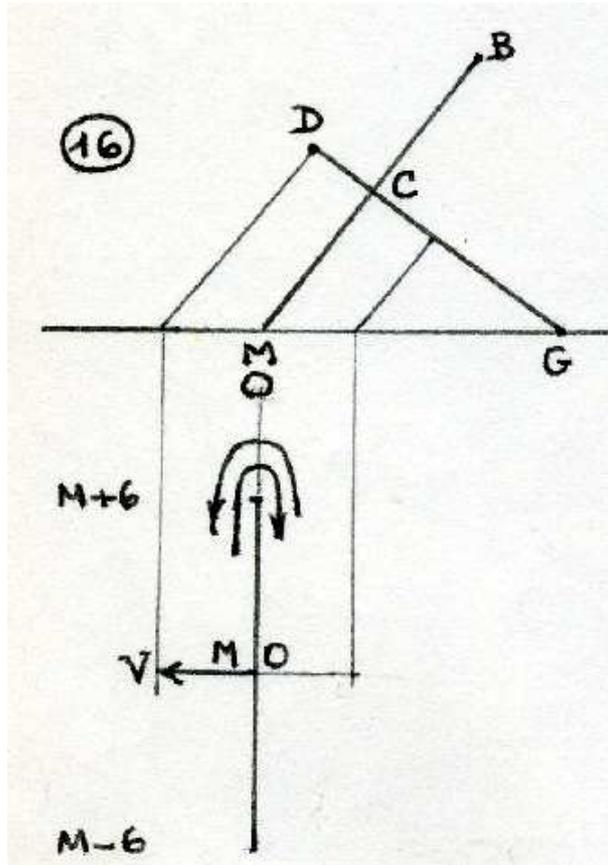
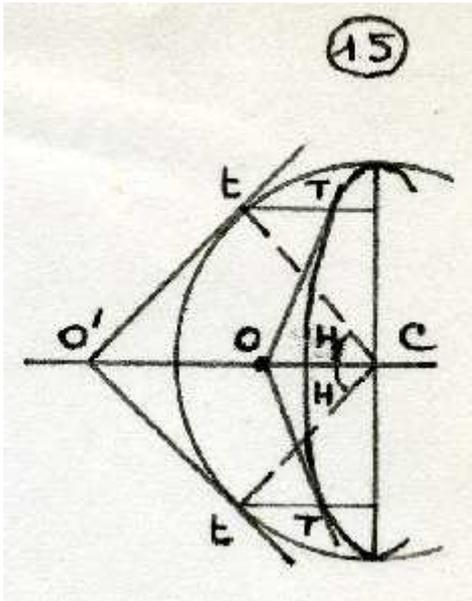
Points de tangence : dilatoons l'ellipse de façon à reconstituer le cercle initial de rayon $R = a$ (fig. 15). La longueur CO devient CO' . De O' , menons les tangentes t au cercle ; les angles au centre $O'CT$ mesurent l'angle horaire H du Soleil lors des croisements tangentiels :

$$\cos H = R/CO' ; \text{ mais } CO' = CO. R/b = R v/b = R \operatorname{tg} (I - J) \operatorname{tg} \delta$$

d'où $\cos H = \cot (I - J) \cot \delta$

Dans le cas particulier (III-1) où $J = \phi$ et $I = 90^\circ$: $\cos H = \operatorname{tg} \phi \cot \delta$

¹⁰ Noter que ces croisements aux points tangentiels ne sont pas nécessairement observables en tous temps et en tous lieux.



$h/I = 90^\circ + J$: le style est dans le plan de l'équateur : l'ellipse devient une droite transversale de longueur $2a = 2R$. Le déplacement v ne peut pas être calculé ici par l'intermédiaire de b (forme indéterminée) mais par $v = R \operatorname{tg} \delta \sin(I - J) / \sin I = R \operatorname{tg} \delta \sec J$.

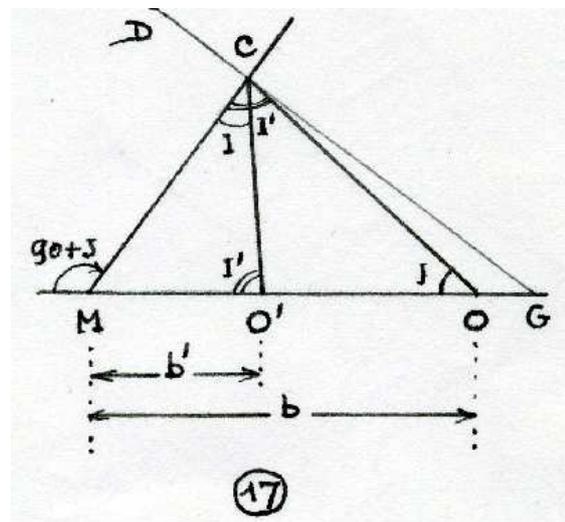
Le cercle horaire équatorial est projeté par la tranche ; le cylindre se réduit à un plan, formé par les lignes horaires parallèles. Sur la droite horaire, l'espacement des points est donné par $R \sin H$. La lecture de l'heure est toujours ambiguë puisque la droite (ellipse horaire repliée sur elle-même) doit être graduée des deux côtés (fig. 16).

La droite équatoriale constitue un axe de symétrie car, au-delà d'elle, nous allons retrouver dans un ordre inverse, et avec des caractéristiques inversées, les formes elliptiques déjà passées en revue.

i/ ellipses croisées : récapitulons auparavant l'évolution du rapport des axes de ces ellipses. A l'origine ($I = 0^\circ$), $b = \infty$, et $b/a = \infty$; ce rapport diminue constamment : > 1 (ellipse allongée), puis 1 (cercle), puis < 1 (ellipse aplatie), enfin 0 (droite). De part et d'autre du cercle, on trouve des ellipses semblables croisées, le rapport b/a de l'une étant le rapport a/b de l'autre ; dans les deux ellipses, l'axe $2a$ conserve la même valeur $2R$ (les ellipses des figures 10 et 13 sont croisées, à peu de chose près). Les lettres primées se rapportant à la deuxième ellipse, on a :

$$b/a = a/b' \quad \text{ou} \quad bb' = a^2$$

Relation entre les inclinaisons (fig. 17) : considérons les triangles MCO' et MCO qui ont un côté commun $MC = R = a$ et un angle commun en M , et où $MO' = b'$ et $MO = b$. En vertu de la relation précédente, les côtés adjacents à l'angle M sont proportionnels ; les angles opposés à ces deux côtés sont donc égaux :



$MBO' = MBO = I$ et $MBO = MBO' = I'$; d'où (triangle MBO') : $I + I' = 90^\circ + J$

On aurait pu obtenir la même relation en partant des formules donnant la valeur de b ; la comparaison et le développement des expressions de b et b' aurait conduit, après diverses transformations trigonométriques, à :

$$\text{tg } I' \text{ tg } (I - J) = 1 \text{ ou } \text{tg } (90^\circ - I') = \text{tg } (I - J), \text{ d'où } I + I' = 90^\circ + J$$

Ayant l'angle I d'une ellipse, on aura l'angle I' de l'autre en traçant l'angle $MBO' = I$ (et vice-versa quand on connaît I').

Les deux ellipses sont semblables, mais leurs échelles de dates ne le sont pas et peuvent même être de sens contraires. Une ellipse (sans son échelle des dates) peut donc être substituée à l'autre, après rotation de 90° ; les points horaires conservent leurs positions relatives, mais les graduations correspondantes doivent subir un décalage de 6 heures.

Parmi les cadrans déjà examinés (le cercle mis à part, puisque croisé avec lui-même), deux présentent des particularités intéressantes : celui à style polaire fixe et celui à style perpendiculaire. La comparaison des rapports b/a , $(1/\sin J)$ pour le premier et $(\sin J)$ pour le second, montre qu'ils sont précisément croisés. Le style du premier est fixe ; on peut substituer la seconde ellipse horaire à la première, comme indiqué plus haut, sans avoir à se préoccuper de son échelle des dates – devenue inutile. L'analemme classique à style vertical peut devenir elliptique à style fixe ; mais la réciproque n'est que partiellement valable, puisqu'il faut prévoir dans ce cas la construction d'une échelle des dates.

On pourrait chercher, parmi les ellipses croisées, celles qui ont des échelles de dates égales mais inversées. On trouve $I = J/2$ et $I' = (90^\circ + J)/2$; les styles sont à angle droit. Malheureusement, le fait qu'ils soient à déplacer en sens inverses, donc non solidaires, enlève tout intérêt pratique à ce cadran.

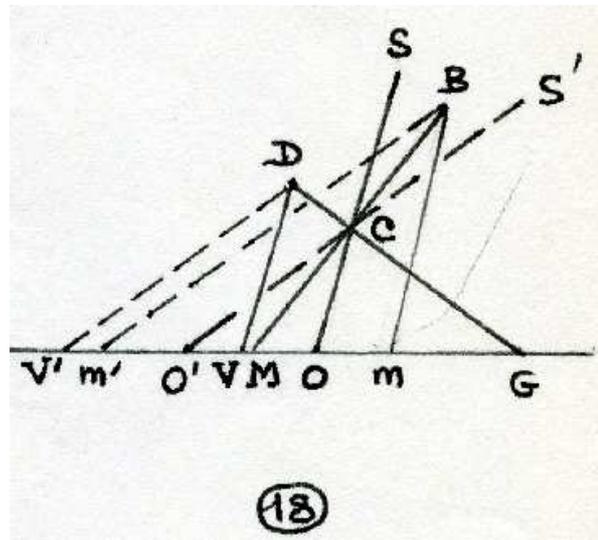
$j/ 90^\circ + J < I < 90^\circ + J + \omega$: après cette étude des ellipses croisées, revenons au cadran à style équatorial et examinons les modifications que présentent les cadrans situés au-delà de lui (fig.18).

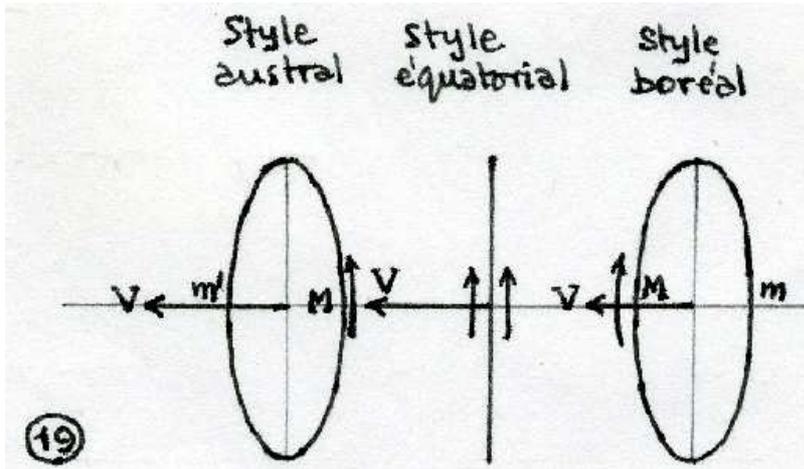
Le sens du déplacement du style n'est pas modifié, mais l'échelle des dates se dilate progressivement, puisque projetée de plus en plus obliquement.

La nouvelle ellipse a pour axe longitudinal Mm' , orienté en sens inverse de Mm ; il y a eu retournement de l'ellipse et il convient d'affecter un signe négatif à l'axe $2b$. Ce qui résulte, d'ailleurs, de la formule générale $b = R \cos (I - J) / \sin I$ où $\cos (I - J)$

devient négatif quand $I > 90^\circ + J$. Le retournement de l'ellipse entraîne le changement de position de la graduation horaire qui, de ce fait, progresse en sens inverse (fig. 19). La nouvelle ellipse est symétrique de l'ancienne par rapport au cadran linéaire équatorial.

Tant que l'inclinaison I reste inférieure à $90^\circ + J + \omega$, le pied du style se trouve, à certaines dates, en dehors de l'ellipse ; ce qui produit les doubles intersections déjà signalées lorsque le style pointait la zone intertropicale nord. Seule correction à apporter aux remarques faites à cette occasion : le point d'ombre valable est celui qui se meut en sens inverse des aiguilles d'une montre.





k/ passée l'inclinaison ($90^\circ + J + \omega$) : le style pointe au sud du tropique du Capricorne et il n'y a plus d'ambiguïté de lecture. On rencontre, dans un ordre inverse, les ellipses symétriques de celles déjà examinées : ellipses croisées, ellipse du cadran à style perpendiculaire, cercle, ellipse du cadran à style polaire, etc ; mais chaque

nouvelle ellipse comporte une nouvelle échelle des dates.

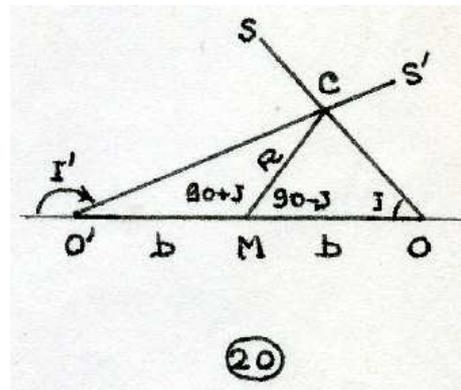
La nouvelle ellipse s'obtient par retournement autour du point M (fig. 20) et le triangle OCO' nous donne :

$$b/R = \sin(I' - 90 - J) / \sin I' = \sin(180 - I - 90 + J) / \sin I$$

$$\text{ou} \quad -\cos(I' - J) / \sin I' = \cos(I - J) / \sin I$$

et, après développement et réduction :

$$\cot I + \cot I' = -2 \operatorname{tg} J$$



l/ répliques symétriques des principales variétés :

- cadran à style fixe ($I = J$) : $-\cot I' = \cot(180^\circ - I') = 2 \operatorname{tg} J + \cot J$

Si $J = 48^\circ 50'$ (latitude de Paris) : $(180^\circ - I') = 17^\circ 33'$ (fig. 21).

- cercle : $I = (90^\circ + J) / 2$. Géométriquement, les deux styles sont perpendiculaires et $(180^\circ - I') + I = 90^\circ$ ou $(180^\circ - I') = (90^\circ - I)$.

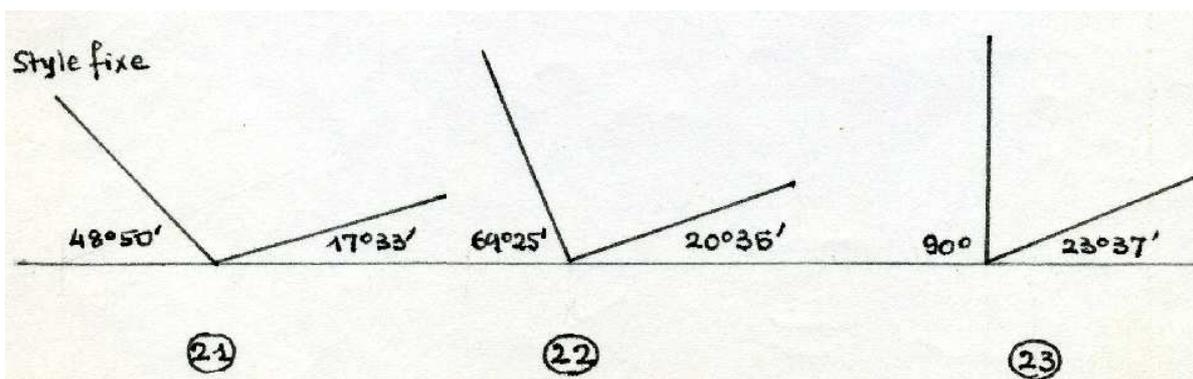
Si $J = 48^\circ 50'$, $I = 69^\circ 25'$ et $(180^\circ - I') = 20^\circ 35'$ (fig. 22). Nota : le style est intertropical pour $(180^\circ - I')$ compris entre $17^\circ 43'$ ($90^\circ - 48^\circ 50' - 23^\circ 27'$) et $64^\circ 37'$ ($90^\circ - 48^\circ 50' + 23^\circ 27'$) ; c'est le cas ici, et il y a doubles lectures à certaines dates.

- cadran à style perpendiculaire ($I = 90^\circ$) : $\cot(180^\circ - I') = 2 \operatorname{tg} J$. Si $J = 48^\circ 50'$, $I' = 23^\circ 37'$ (fig. 23) ; style intertropical et double lecture.

- il y a possibilité d'associer des ellipses symétriques de deux façons différentes :

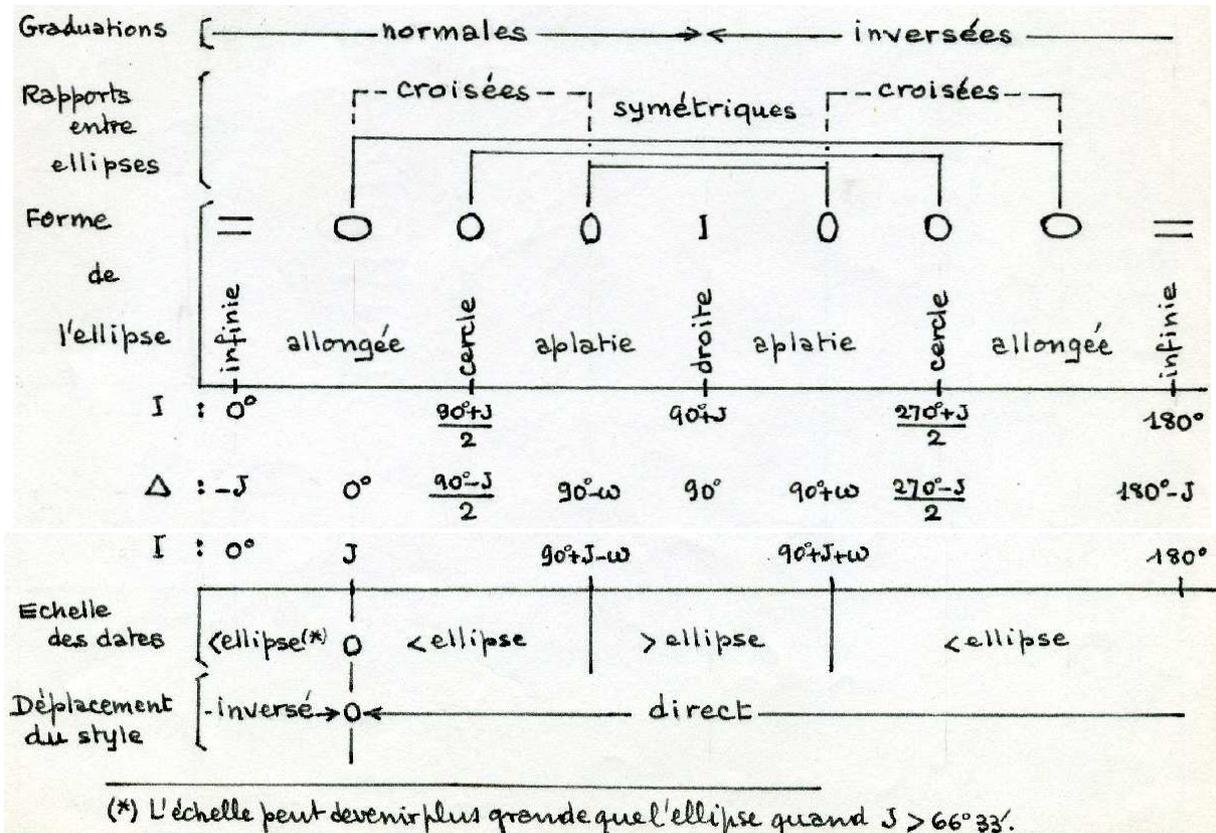
1°/ ellipse unique à double graduation, mais il faut deux échelles de dates différentes. Sans intérêt, – sauf pour le cadran à style polaire fixe où il n'y a qu'un seul style à déplacer.

2°/ deux ellipses semblables, concentriques, avec leurs graduations particulières ; les deux styles, rendus solidaires, sont déplacés sur une échelle unique.



m/ au-delà de $I = 180^\circ$, le style – ou plutôt son prolongement – porte ombre sur la deuxième face du cadran (cf. II-3) ; cette face est la symétrique de la première par rapport à l'axe b longitudinal. De 180° à 360° , on rencontre la seconde face de tous les cadrans énumérés jusqu'ici.

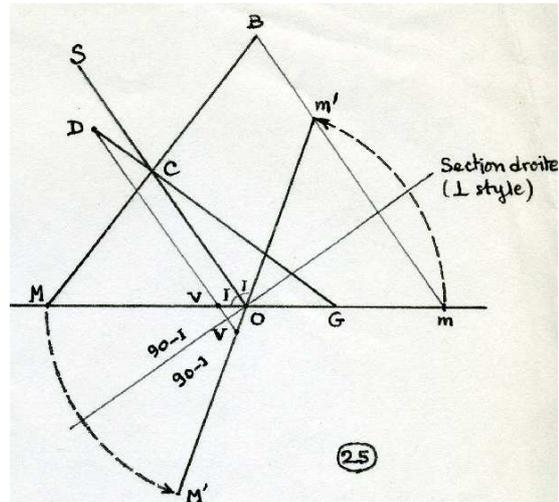
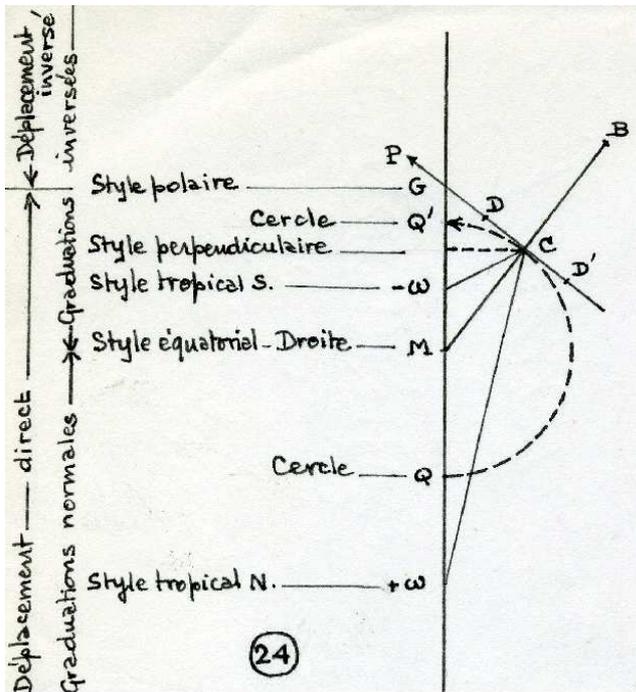
n/ tableau récapitulatif (1^{er} face pour $J < 90^\circ$)



1B. Variation de l'inclinaison du cadran

- a) On peut choisir une autre valeur de l'inclinaison J du plan du cadran par rapport à l'axe du monde. Par exemple, majorer de 90° celle qui a été adoptée jusqu'ici. Les diverses variétés qui se présentent lorsque l'inclinaison I du style va de zéro à 180° , c'est-à-dire quand le pied du style se déplace de bas en haut sur l'axe MG du cadran, sont répertoriées sur la figure 24. Notons seulement que :
 - il y a double lecture (échelle plus grande que l'ellipse) quand le pied du style est entre $+\omega$ et $-\omega$ (style intertropical)
 - le style perpendiculaire au cadran devient horizontal quand celui-ci est vertical
 - en G , on a un cadran à style polaire (fixe), croisé avec le cadran précédent
 - comme déjà signalé, tous ces cadrans peuvent avoir une deuxième face
- b) Il est inutile de détailler les nombreuses autres possibilités existant pour J , car on retrouverait, plus ou moins décalées l'une par rapport à l'autre, les deux séquences relatives aux formes de l'ellipse et au déplacement du style.
- c) Limitons-nous à la recherche des répliques des cadrans déjà examinés. Rappelons la remarque faite en II-2 : le plan du cadran peut occuper deux positions symétriques par rapport à la section droite du cylindre et du style (fig. 4). On obtient un nouveau cadran en basculant l'ancien de $(180^\circ - 2J)$ autour de l'axe transversal passant par O

(fig. 25). Le déplacement du style est conservé, particularité intéressante quand on veut réaliser des cadrans associés.

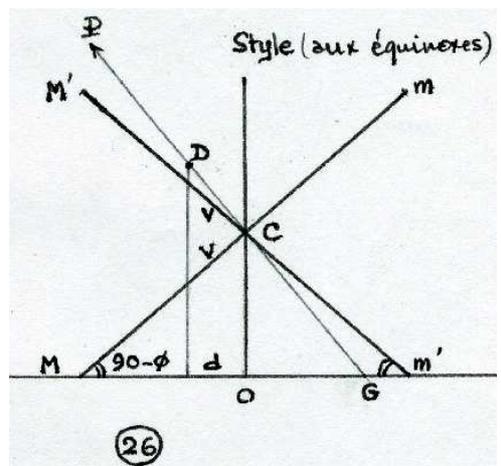


- cadran à style polaire : rotation de $(180^\circ - 2J)$
- cadran à style perpendiculaire : se confond avec lui-même
- cercle : $I = (90^\circ + I)/2 ; (180^\circ - 2J) =$

$(90^\circ - J)$. Le second cadran n'est autre que l'équinoxial initial, mais doté d'un style oblique mobile.

d) L'analemme équinoxial circulaire (fig. 2) – qui est à l'origine de tous les cadrans obtenus par section du cylindre oblique – fonctionne avec une échelle des dates définie par $v = R \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \Delta$, Δ étant l'inclinaison du style sur l'axe du monde. On obtient la réplique de ce cadran en faisant basculer son ellipse et son échelle des dates d'un angle 2Δ autour de l'axe transversal, le style conservant sa position initiale (ne pas oublier, encore une fois, que chaque cadran possède ou peut posséder deux faces).

Cas particulier : le style est vertical et $\Delta = 90^\circ - \phi$. Le cercle analemme équinoxial a une échelle des dates basée sur la relation $v = R \operatorname{tg} \delta \operatorname{cot} \phi$; il est relevé de $\Delta = 90^\circ - \phi$ du côté du Sud. Sa réplique est relevée en sens inverse, de $90^\circ - \phi$ du côté Nord (fig. 26). Quand les deux cadrans sont associés, il peut être avantageux de remplacer les deux échelles, identiques mais croisées, par une échelle horizontale unique répondant à la formule $d = R \operatorname{tg} \delta \cos \phi$.



2. Axes quelconques

Les trois axes P , S et K ne sont plus dans un même plan. Quelques particularités ont été signalées incidemment : cas où l'angle $S = 90^\circ$ (II-2), rotation d'un cadran autour de l'axe du monde (II-3) ; mais l'étude d'ensemble reste à faire.





Des canoniaux déchiffrés

Par Denis Schneider

Une pierre de dédicace, supportant un cadran canonial très tardif aux Plantiers dans le Gard est enfin déchiffrée.

Le cadran canonial de Saint Papoul, mis à l'ombre, puis recyclé est-t-il décrypté?

Cadran canonial aux Plantiers

Le n° 3019802 de l'inventaire des cadrans correspond à un canonial du Gard, aux Plantiers, sur l'église St Marcel de Fontfouillouse (visité par R.Sagot en 1978, L.Janin, A.et M.Lemaire). Il est décrit comme une rosace de pierre en relief sur pierre carrée gravée en creux et divisée en 24 secteurs égaux et ces membres se demandaient s'il était réellement canonial. Il reposait sur une pierre plus grande avec des inscriptions restant à traduire qui auraient pu être selon eux:

Jésus Marie, ce que ne contredisait pas L'Encyclopédie des Cévennes n°6, p.239: J(ésus) M(arie)

L'an 1503

L'AN MIL cinq cent trois



Photo 1

Roche à grain fin facile à tailler à l'extraction mais durcissant vite ce qui la rend résistante aux intempéries.

Les moines y développèrent la culture des châtaigniers sur ces terres acides. C'était une étape pour les moines de St Chagne installés à Ste Enimie et pour les pèlerins qui se déplaçaient du causse vers le littoral.

En 1249, l'établissement est mentionné dans le cartulaire du prieuré N.D. du Bonheur (commune de L'Espérou).

En 1345, l'église St Marcel de Fontfouillouse devint paroissiale; le XIV^{ème} siècle est non seulement le siècle d'un déclin général et d'une sécularisation de la vie religieuse mais aussi celui des grandes calamités dont la peste en 1347. On y comptait 5 feux en 1384 et jusqu'à 54 habitants.

En 1503, il est construit le clocher-tour, avec porche d'entrée, qui contient nos deux pierres. Cette date est située au milieu d'une période de restauration (de 1450 à 1560), de paix, de retour à l'expansion et à la prospérité des campagnes, d'essor démographique entre guerre de Cent ans et guerre de religion.

Plus bas, la vallée Borgne devint protestante en majorité; l'église fut incendiée en 1702 lors de la révolte des camisards et le service s'arrêta en 1794. St Marcel de Fontfouillouse fut le siège de la commune jusqu'en 1874 avant de se déplacer aux Plantiers; le bâtiment est inscrit à l'Inventaire des Monuments Historiques depuis 1986.

Concernant le cadran (photo 1), il s'agit d'un disque en relief avec une mince couronne que les 24 lignes ne traversent pas, disque inscrit dans un carré le tangentant. De la rouille a coulé du centre sur la ligne de midi et la suivante.

Le cadran rentre dans la catégorie dite des canoniaux même s'il n'existe pas de signes distinctifs pour les Heures canoniales. Les 24 secteurs évoquent un canonial tardif comme on en rencontre 9 autres en France. Puisque la date de 1503 sera confirmée, il n'est plus possible non plus de l'appeler "médiéval" au sens strict.

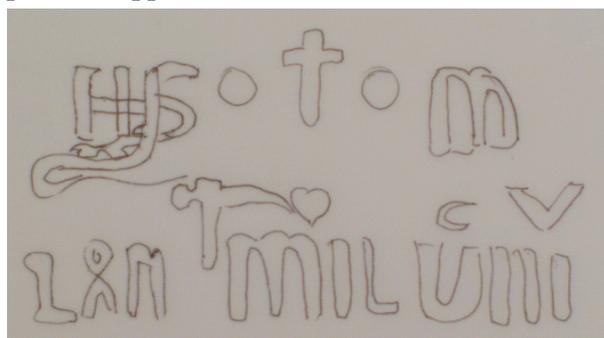


Photo 2

Le cadran repose sur un cadre rectangulaire de 4 pierres rainurées en dedans et qui enserme une seule pierre, avec des inscriptions en relief, partagée horizontalement en 2 moitiés par un étroit bandeau identique à celui du pourtour.

Le cadran repose sur un cadre rectangulaire de 4 pierres rainurées en dedans et qui enserme une seule pierre, avec des inscriptions en relief, partagée horizontalement en 2 moitiés par un étroit bandeau identique à

celui du pourtour.

J'adressais une photo à Vincent Debiais, du CNRS-Corpus. L'écriture était celle de la minuscule gothique anguleuse assez fréquente à la fin du XV^{ème} et au début du XVI^{ème}. Là où la fiche portait Jésus, il fallait y voir le monogramme du Christ, IHS(Jesus Hominem Salvator) aux 3 lettres entrecroisées et décorées, le M de Marie(moins vraisemblablement celui de Marcel, patron de l'église), le monogramme de la Vierge n'apparaissant pas avant la fin du XVI^{ème} siècle. Entre ces 2 symboles, une croix avec, de part et d'autre, un bouton circulaire (soleil christique à gauche et lune mariale à droite?). Pour la ligne inférieure, l'épigraphiste lisait bien LAN et la date de 1503 écrite avec un mélange de lettres minuscules et de chiffres romains. Peut-être y avait-il entre les 2 lignes des signes d'abréviation pour un complément de date. Le spécialiste voulait avoir la confirmation du très réputé Robert Favreau et à partir d'une diapo qu'ils scannèrent, ils ne purent aller plus loin.

Je m'adressais à Guy Barruol, archéologue et directeur de recherche-émérite au CNRS; habitant le Gard et s'intéressant aux canoniaux, il s'était rendu sur place plusieurs fois et avait de meilleurs clichés. Il m'éclaira sur la façon très particulière d'écrire la date:

c

LAN mil VIII

Je retrouvais à la rubrique "alphabets numériques" du Dictionnaire d'Archéologie Chrétienne et de Liturgie cette façon d'écrire 500 (V fois c; copie des vers mnémoniques dûe à Conrad Celtis mort en 1508). G.Barruol réussit aussi à lire entre les lignes(!) et y découvrit une ascia, un coeur et peut-être une équerre sur pointe à branches égales (photo 2).

L'ascia est un terme générique pour désigner un outil servant à équarrir la pierre et se composant d'un fer à côtés inégaux emmanché dans un bâton d'autant plus court que la pierre à travailler est tendre. L'un des côtés du fer au moins est tranchant et légèrement courbé, l'autre plus court est quelquefois pointu, quelquefois terminé par une tête plate, ce qui est le cas ici. L'ascia, représentée sous une forme conventionnelle, est un symbole présent sur les monuments entre la fin du Ier siècle et le début du IVème et principalement sur les tombeaux; sa présence consacre la pierre dans son érection. Sa représentation symbolisait le travail même; l'existence d'un acte légal, d'un contrat juridique était ainsi officiellement attestée. Dans notre cas, il ne s'agit pas d'une ascia sépulcrale.

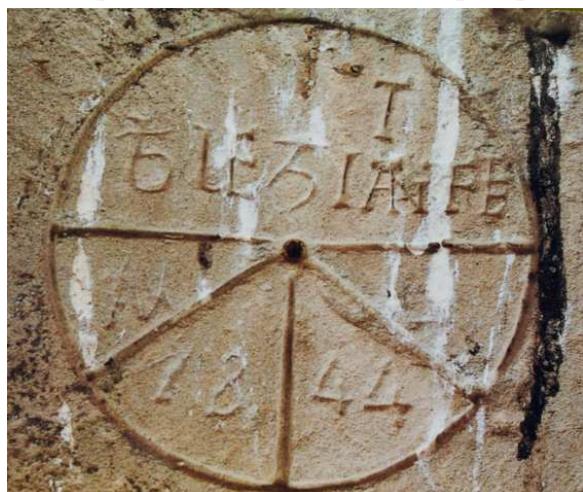
La représentation d'une ascia en 1503 dans le Gard ne relève certainement pas d'un retour antiquisant du début de la Renaissance mais bien plutôt d'une tradition corporative qu'il faudrait vérifier. La présence d'une équerre semble vérifier que le sculpteur était maître dans l'art d'équarrir les pierres et de les dresser. Le coeur, entre ascia et équerre, n'est peut-être pas simplement décoratif mais pourrait participer d'une "signature".

Nous avons ainsi pu répondre aux 2 questions posées par nos visiteurs qui s'étaient déjà montrés bien perspicaces! Nous avons pu y remarquer aussi des choses plus fines.

Dernière précision: Monsieur Louis Bastard, Conservateur du Musée du Compagnonnage à Tours, a l'amabilité de me signaler qu'on ne parle plus à cette époque d'ascia mais d'un marteau tête-pic ou d'une polka, sa présence avec l'équerre ou le compas indiquant leur réalisation par un tailleur de pierre, compagnon ou non.

Cadran canonial de Saint Papoul

C'est le Dr. Bernard Arquier qui a découvert, en 2006, dans le cadre d'une étude sur les marques lapidaires rayonnantes pour son Master 1 et 2 en Histoire de l'Art et Archéologie à l'Université de Perpignan, le canonial situé à St Papoul dans l'Aude. Il avait noté la présence d'inscriptions nécessitant une étude plus précise du texte et des chiffres.



En août 2009, du haut d'une échelle, je vis la date de 1844 (photo 1) ce qui rajeunissait le canonial à la Monarchie de Juillet!

L'église abbatiale, elle, date de la 2ème moitié du XIIème siècle et le cloître ne fut pas érigé avant la fin du XIIIème, privant de soleil le cadran canonial depuis cette époque. Le 1er monastère y fut fondé au VIIIème siècle à l'époque carolingienne sous Louis le Pieux, sous le vocable de St Pierre, et c'est plus tard qu'il sera dédié à St Papoul (V-VIème siècle), évangéliste du Lauragais et martyr, avant d'être uni vers 1119 à l'abbaye d'Alet.

◀ Photo 1

Situé, comme de nombreux autres monastères sur le revers de la Montagne Noire, cette région, autrefois la Septimanie, retint une attention particulière de Charlemagne vis à vis d'un éventuel retour de la menace musulmane. La tombe de St Béranger (XIème siècle) qui y fut moine attira les foules.

Au XIIIème siècle, après la croisade contre les Albigeois, l'évêque de Toulouse proposa au pape Innocent III de diviser son propre diocèse pour traquer l'hérésie cathare. Ce n'est qu'en 1317 que le pape Jean XXII, en créant l'évêché de St Papoul, diocèse démembré de ceux de Toulouse et de Pamiers, transforma l'abbatiale de St Papoul en église cathédrale, plus cette fois pour affaiblir le puissant diocèse de Toulouse; les 12 moines bénédictins furent alors promus à la dignité de chanoines pour constituer le chapitre.

A la révolution, la cathédrale devint paroissiale et le cloître fut saccagé par la mise en vente des éléments en marbre avant qu'il ne soit restauré au milieu du XIXème siècle.

Le cadran canonial se situe sur la façade sud de la nef, sous la toiture de la galerie nord du cloître. On peut avancer que la restauration du cloître au XIXème siècle n'a pas rehaussée l'ancienne galerie, Viollet-le-Duc y étant venu faire des relevés. Il est raisonnable de penser que le cadran a été tracé entre l'érection de l'abbatiale à la 2ème moitié du XIIème siècle et l'ajout du cloître à la fin de la 2ème moitié du XIIIème.

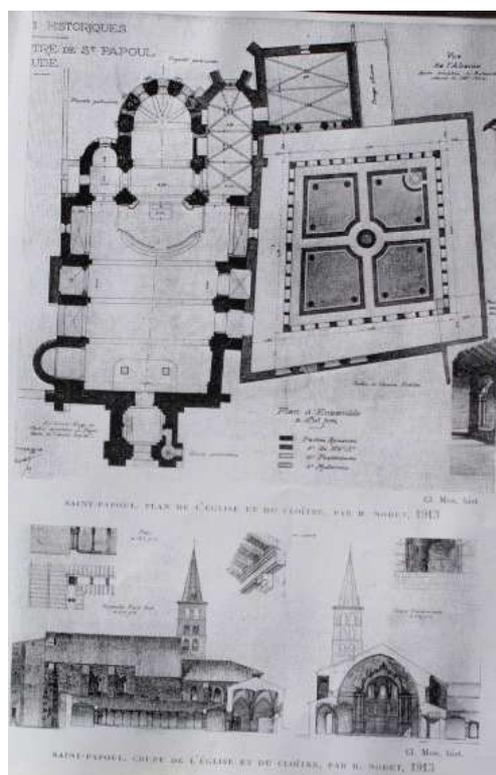


Photo 2

Pour B.Arquier, le mur sud de la nef porteur du canonial est du XIVème, se référant au plan établi en 1913 par H.Nodet (photo 2), lui-même influencé par Viollet-le-Duc qui pensait que ce mur sud avait été reconstruit à partir d'éléments du XIIIème.

Le canonial circulaire très nettement gravé et rapidement protégé des intempéries par le cloître se trouve sous l'appui d'une fenêtre sud de la nef duquel les pigeons le souillent...Situé à un peu plus de 4m de hauteur, une photo prise face au cadran montre que les 4 secteurs du demi-cercle inférieur ne sont pas égaux contrairement à ce qu'avait cru constater le Dr.B.Arquier depuis le sol. Les 2 secteurs extrêmes n'occupent que 38° d'arc chacun.

Renseignement pris auprès d'Amandine Guiraud, du Service Culturel de St Papoul, 1844 correspondait à la date des travaux de restauration du cloître effectués par un certain Barthélémy Mailhebiau et elle m'enjoignait de consulter à Carcassonne, aux Archives Départementales de l'Aude, la section 4T253 qui n'avait pas été parfaitement dépouillée.

P.Gagnaire lisait BLEZIA FECIT; y trouverai-je trace de ce patronyme?

J'apprenais aux Archives que la Commission des Monuments Historiques, créée en 1837 par Guizot, dépendait du Ministère de l'Intérieur et que P.Mérimée en avait été le 1er inspecteur. A St Papoul, c'est son accompagnateur habituel, Viollet-le-Duc, qui vint en 1842 à la demande du préfet, plusieurs années avant d'étudier la cité de Carcassonne. Viollet-le-Duc délèguera son pouvoir à Gervais Galtier, agent-voyer. Devant l'urgence des travaux de restauration à effectuer sur la toiture du cloître, le préfet demande au sous-préfet (le 15-12-1843) que les travaux

commencent avant le 31-12-1843, voulant même éviter les lenteurs de l'adjudication publique. Les menuisiers Faléon, Calbouy et Mailhebiau (conseiller municipal de St Papoul) proposent leurs services mais pas de...Blézia.

Le 24-12-1843, B.Mailhebiau commence les travaux; il l'écrit le 28-12 et s'engage à les terminer dans une lettre du 06-01-1844. En signant, il ajoute "le cadet". Cette appellation me mit la puce à l'oreille et je crus voir "b LE 3 LANNEE" avec, sous le b, un M qui prenait tout son sens. Encore fallait-il vérifier que Barthélémy était bien le 3ème de sa fratrie...

L'annuaire téléphonique me permettait d'entrer en contact avec le seul Mailhebiau de St Papoul, parent avec Barthélémy! Agé mais très participant, il avait des papiers familiaux mais rien sur le rang de Barthélémy dans la fratrie.

Mr.Robion, bibliothécaire aux Archives de l'Aude, m'apprit que le 3ème ne voulait pas nécessairement dire le 3ème enfant mais pouvait aussi signifier le 3ème Barthélémy de la parentèle, peut-être après son oncle! Très rapidement il comprit qu'après le b, c'était la date et qu'en fin de ligne figurait bien l'abréviation de FECIT.

Je visitais sur le passage le parent de Barthélémy, y notais le nom des géniteurs de Barthélémy pour une éventuelle recherche sur les registres paroissiaux et d'état civil, apprenais que son 1er prénom était Auguste, pas usité, comme il était courant à cette époque.

Restait cette lettre isolée en haut, à droite... En relisant mes notes prises aux Archives je découvrais que les travaux devaient être terminés impérativement avant le 1er août 1844. Du coup, je lisais: J

b LE 31 , veille de la date-limite. Presque trop beau! Plutôt qu'un J, n'était-ce pas un T?...La finale de juillet dont l'initiale I, équivalent du J, remplaçait le 31 pour obtenir le 3 juillet an 1844 fecit semblait mieux adapté. Une bibliothécaire toulousaine me faisait remarquer que la hampe du b était croisée pour l'associer avec le t de Barthélémy, le résultat étant une marque typographique telle qu'on la pratiquait depuis que François 1er l'avait exigée des artisans en 1546 et qui perdura jusque vers 1850, début de l'industrialisation.

Cela était en train de prendre tournure définitive quand G.Barruol, directeur de recherches émérite au CNRS, me demandait où j'en étais de mon enquête. Il n'adhérait pas à ma version et restait à sa 1ère lecture, 3 mois plus tôt: les inscriptions dans le demi-cercle supérieur étaient, pour lui, médiévales. Je fus pris d'un doute, ayant oublié l'hypothèse de 2 scripteurs: certes toujours le M de Mailhebiau avec 1844 dans le demi-cercle inférieur mais peut-être au-dessus des inscriptions antérieures de plusieurs siècles... Il me fallait m'en remettre à V.Debiais du CNRS-Corpus. Il ne pensait pas que les lettres soient médiévales, les lettres n'étant pas assez larges, le caractère du milieu, "moderne"; "il s'agit de capitales très droites, forme la plus constante des caractères employés dans l'épigraphie lapidaire". Je lui proposai alors ma version qu'il trouva intéressante avec des choses qui le gênaient un peu: -la lecture en zigzag existait mais pour des inscriptions plus complexes. -incertitude du 3, peut-être un 5? -le 1er signe pourrait être l'initiale d'un prénom mais il fallait être prudent -le mot "fecit" ne lui paraissait pas évident et surprenant dans un contexte français.

Même si la proposition de résolution de l'énigme paraît plausible, des doutes demeurent d'autant qu'un historien de l'art, spécialiste du XIXème siècle, estime que la ligne supérieure n'est pas de la même main (XVIIème siècle peut-être) et que B.Mailhebiau a pu s'en resservir, tandis qu'un chartiste voyait dans le "b" barré le signe d'une abréviation syllabique, "ber" de Bertrand (il y eut 5 évêques ainsi nommés à St Papoul) mais pourquoi pas "bar" de Barthélémy?

Une quasi certitude, Barthélémy Mailhebiau y a laissé sa trace.





Equation aux 4 soleils

Par François Telavitse

Cet article de L'EQUATION AUX QUATRE SOLEILS OU EQUATION DU TEMPS s'adresse surtout aux amateurs un peu contrariés par les démonstrations mathématiques. C'est pourquoi ici l'équation du temps sera abordée sous différents aspects et ses applications s'étendront même dans le domaine de l'horlogerie astronomique.

Depuis l'origine l'homme a toujours cherché à fabriquer des objets non naturels par exemple : les figures géométriques (cercle, ligne droite, triangle etc.), mais aussi l'escalier, la montgolfière... Il a donc abandonné tardivement **les heures temporaires** au profit d'**heures vraies** régulières comme les **heures babyloniennes & italiennes**, les **heures solaires** indiquées par nos cadrans solaires. Ces heures ont naturellement été comparées à l'aide d'un pendule, d'un sablier, du « tic – tac » des horloges ou des vibrations atomiques, mais surtout par la création d'un **temps moyen** d'une durée arbitraire de **24 heures**. Ce temps moyen régulier met en évidence une différence avec l'horloge céleste ; cette horloge naturelle permet aux cadrans solaires d'indiquer le **temps vrai**. La différence entre ces deux temps, relevée de préférence à midi vrai, permet de définir ponctuellement **l'équation du temps**. Une série de relevés de cette différence de temps, au fil des mois, permet le tracé d'une courbe annuelle assez singulière (V. figure 5). Cette courbe indépendante de la latitude et de la longitude est commune à tout point du globe. Néanmoins elle se déforme ostensiblement au cours des siècles. En effet le périhélie & l'excentricité de l'écliptique sont variables dans le temps. De surcroît les plans de l'écliptique & de l'équateur céleste ne sont pas coplanaires mais font un angle aujourd'hui de $23^{\circ} 26'$. Cet angle varie aussi dans le temps (V. les développements séries de ces paramètres en fonction **du millénaire julien** « T »).

Le calcul de la valeur de l'équation du temps à une date passée actuelle ou future est possible par les méthodes mathématiques suivantes :

- **L'équation de Kepler** : équation fort prisée des professionnels donne un calcul précis (occultée ici);
- **La formule de Brétagne** : formule précise mais sur 200 ans environ (V. plus bas);
- **La formulation usuelle simplifiée** (V. plus bas);
- **La formulation par les développements en séries de Fourier** : fort prisée par les gnomonistes, elle est précise à quelques secondes pour toutes les dates passées & à venir la faible excentricité de l'orbite terrestre, permet son emploi. Son étude va être approfondie *in fine*.

RAPPELS ASTRONOMIQUES SPECIFIQUES:

Angles : sur l'ellipse l'angle vu d'un foyer ayant pour origine le périhélie et passant par l'astre s'appelle curieusement **anomalie**. Nous avons respectivement pour les différents soleils - vrai & apparents - (l'anomalie vraie, l'anomalie moyenne, l'anomalie excentrique). Par contre la mesure d'un angle vu du foyer ayant pour origine le point Gamma (Υ) et passant par l'astre s'appelle **argument**. Les longitudes célestes sont des arguments.

Le **temps légal** est hybride : la partie calendrier nombre de jours est liée à la révolution de l'orbite terrestre (temps des éphémérides), la durée du jour (minutes secondes) est liée à la rotation de la terre en 24 heures (temps universel corrigé).

L'**équateur céleste** est le lieu où se lit l'heure, les jours, les mois, le temps sidéral, l'équation du temps est donc lue là ; l'équateur céleste est découpé en 24 graduations horaires fixes; à l'instar d'aiguilles les dates, les mois de notre calendrier, le point vernal Υ & les ascensions droites défilent devant le **méridien horaire local sud** (repère fixe des 12 heures).

En fait il s'agit de reproduire, depuis l'écliptique un événement variable (position du soleil vrai), sur l'équateur céleste. Pour ce faire il faut « circulariser » l'écliptique grâce à l'**équation du centre** (fig3), puis projeter orthogonalement sur l'équateur céleste, le soleil vrai ; cette seconde opération s'appelle : **réduction à l'équateur**. (fig. 4)

L'équation du temps est donc égale à la somme algébrique des deux équations précitées (fig5). Si l'une des deux équations est nulle l'équation du temps demeure mais sera égale à la composante restante. Dans ce cas l'écliptique est soit un cercle ou est confondue avec l'équateur céleste.

Nous pouvons déjà présenter l'équation simplifiée précise de 1 minute à 2 minutes comme suit :

$$E.T = 460/3600 \times \sin((0.985600282^\circ \times (NJ+78)) - 592/3600 \times \sin 2((0.985600282^\circ) \times NJ))$$

Avec 460 = $2 \times e = 115'$ d'arc $\times 4''$ de temps $\rightarrow e =$ excentricité soit 57.5 en 2000.0
 Avec 592 = $148'$ d'arc $\times 4''$ de temps = $\text{tg}^2 \varepsilon / 2 \rightarrow \varepsilon = 23^\circ.26'$ en 2000.0
 Avec 0.98560028° vitesse moyenne / jour du ☼ fantôme / écliptique.

Valeur de l'excentricité :

$$e = 0.0167086342 - 0.0004203654 \times T - 0.0000126734 \times T^2 - 0.0000000000 \times T^3 \text{ (Radian, T en millénaire Julien)}$$

$$\text{Valeur de l'inclinaison : } \varepsilon = 0.4090928242 - 2.2696558 \times 10^{-3} \times T - 2.86040 \times 10^{-7} \times T^2 - 0.0000000000 \times T^3$$

$$\text{Valeur du déplacement } P \text{ \& } \Upsilon \quad \ddot{w} = 102^\circ.937 + 61900'' \cdot 55 \cdot T + 164 \cdot 477 \cdot T^2 + \dots \times T^3$$

Y & P se rapprochent respectivement de $11'' + 50'' \Rightarrow 61'.9'$ d'arc /an. NB : c'est le paramètre le + influant.

Calcul de T :

Algorithme de calcul du nombre de jours juliens (NJ).

$$NJ = \text{rang du jour} + (AN - 2000) * 365.25 - 0.5 * \text{correctif du rang de l'année ;}$$

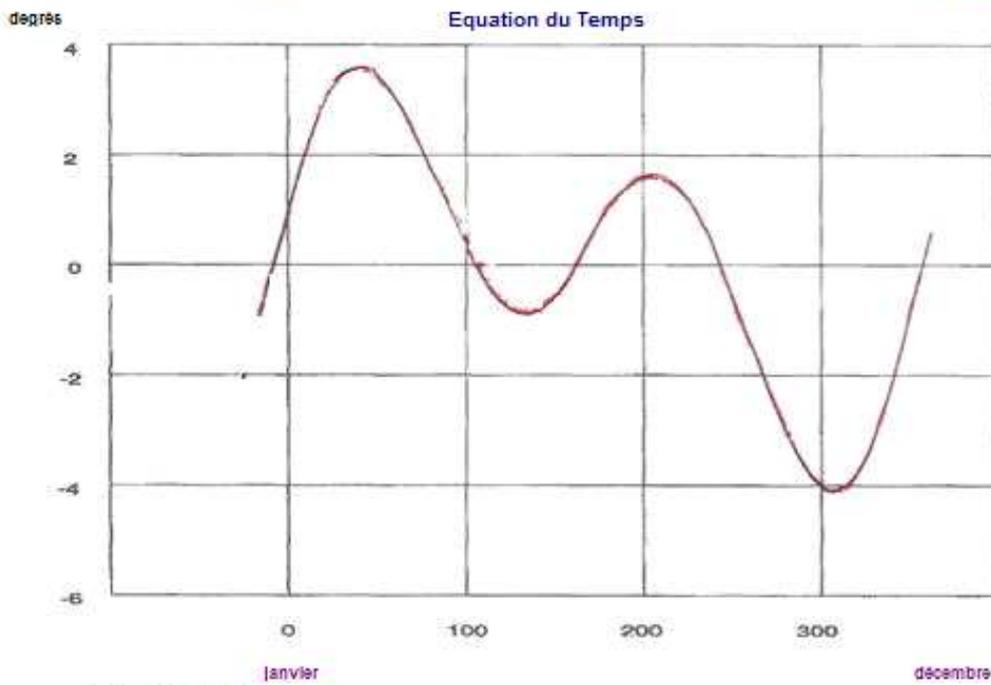
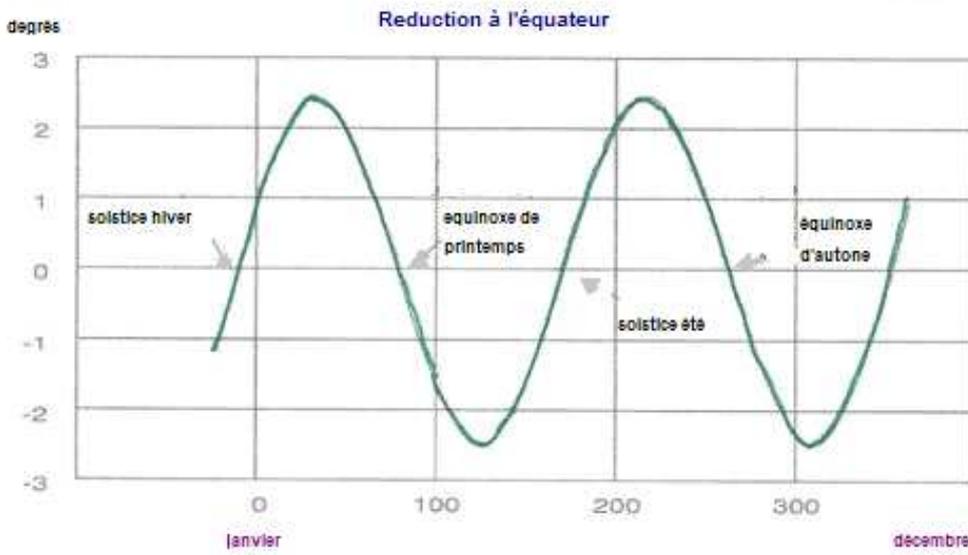
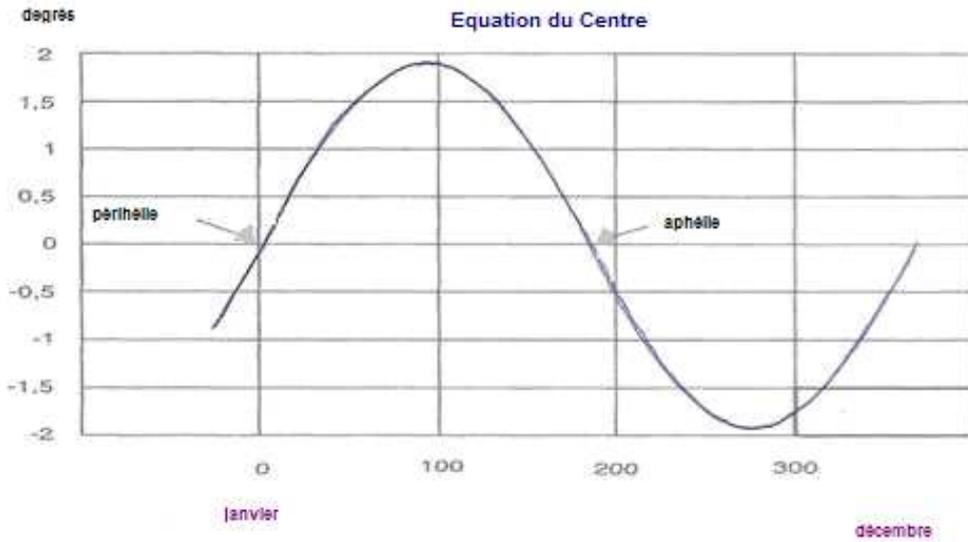
0 pour l'année bissextile.
0.75 pour l'année suivante.
0.50 pour la 2° année.
0.25 pour la 3° année

* terme des 12 heures à retrancher si AN > à 2000. 0
 A ajouter si AN < à 2000.0

Exemple de calculs du nombre de jours Juliens et de " T" (valeur du millénaire julien d'une date): ex : pour le 26 mai 1984 à 18 heures 40 minutes et 50 secondes.

1. recherche du rang jour dans l'année; le 26 mai est le 146 è jours de l'année 1984.
2. fraction de jour à 18h40mn 50 sec. $(18+40/60+50/3600) / 24h = 0.778356481$ jour.
3. rang du jour et de l'heure dans l'année R= $145,778356481$; le 146 è jour est seulement entamé.
4. nb.de jours entre le 1/01/2000 à 12h et le 1°janvier 1984; $-16*365.25 + 0.5 + 0 = -5844.5$ jours.
5. intervalle de temps recherché: $NJ = -5844.5 + 145.778356481 = -5698.7216$.

Donc $T = NJ / 365250 = -0.015602249$ Millénaire julien. T=0.00 en l'an 2000.0 à 12 heures, soit $2\ 445\ 847,27778$ jours juliens depuis l'origine Scaliger du calendrier julien (ancienne mesure de T)



Figures 3- 4 - 5

L'EQUATION AUX QUATRE SOLEILS

2 soleils sur l'écliptique → **le vrai et le fantôme** ;
 2 soleils sur l'équateur céleste → **le moyen et le soleil vrai projeté**.

L'équation du temps est donc définie en France comme la différence entre le *temps moyen* des horloges et le *temps vrai* indiqué par *les cadrans solaires*. La différence entre ces deux temps peut atteindre -16 minutes le 3 novembre. (+ 16 minutes pour les Anglo-saxons), mais s'annule le 15 avril, 14 juin, 1 septembre & le 25 décembre. (V.schémas)

Il a donc fallu évaluer ces deux temps en calculant leur *ascension droite* respective transformée en temps par la relation $1^\circ = 4'$ de temps.

Pour ce faire, on a créé un *soleil fantôme* se déplaçant à vitesse uniforme sur un « *écliptique circularisé* », en phase avec le *soleil vrai* sur le *périhélie*. (V.schémas suivants)

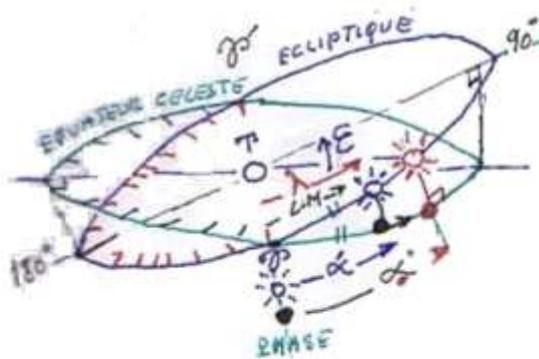
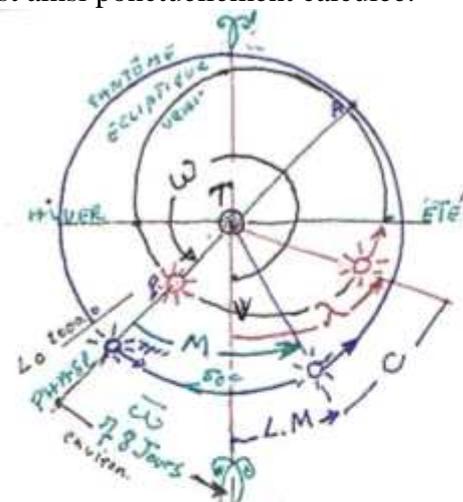
A partir d'une origine L.O (2000.0) comme étudié précédemment on calcule L.M (longitude moyenne). Puis M (*anomalie moyenne*) avec un ajout de C (**équation du centre**) détermine V (*anomalie vraie*) du *soleil vrai*. Puis la longitude écliptique du soleil vrai (λ) est obtenue avec $V - \omega$. Car connaissant la longitude du périhélie (ω) on fait $360^\circ - \omega = \acute{\omega}$.

Une projection orthogonale sur l'*équateur céleste* de la longitude écliptique du soleil vrai (λ) permet d'obtenir l'*ascension droite* (α^*) du soleil vrai projeté.

La progression **de la longitude écliptique** du *fantôme* est strictement égale à celle de l'*ascension droite* du *soleil moyen*, en phase sur le *point vernal*, mais se déplaçant respectivement sur l'*écliptique* et l'*équateur céleste*

Un report compas de L.M sur l'équateur céleste permet d'obtenir l'*ascension droite* (α') du *soleil moyen*.

En fait la finalité, sera de soustraire, l'*ascension droite du soleil moyen* (α') de l'*ascension droite* (α^*) du *soleil vrai projeté* puis de transformer les degrés en temps; l'E.T est ainsi ponctuellement calculée.



- soleil vrai
- soleil fantôme
- soleil moyen
- soleil réduit à l'équateur
- ω = anomalie de Y
- $\acute{\omega}$ = longitude du périhélie
- M = anomalie du fantôme
- P = périhélie (4 janvier)
- A = aphélie (2 juillet)

Lambda = L.M + C

E.T = $\alpha^* - \alpha' \Rightarrow L.M = \alpha'$

E.T = $\alpha^* - L.M$

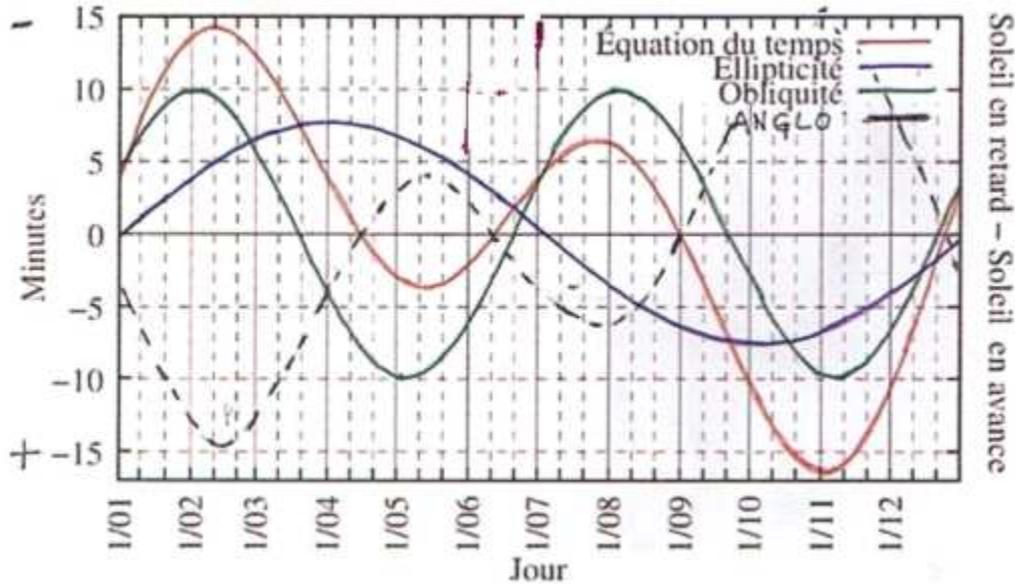
C = Equation au centre

L.M = Longitude du fantôme

L.O = Longitude soleil vrai an 2000.0

NJ = nombre de jours écoulés depuis P

V = anomalie du soleil vrai



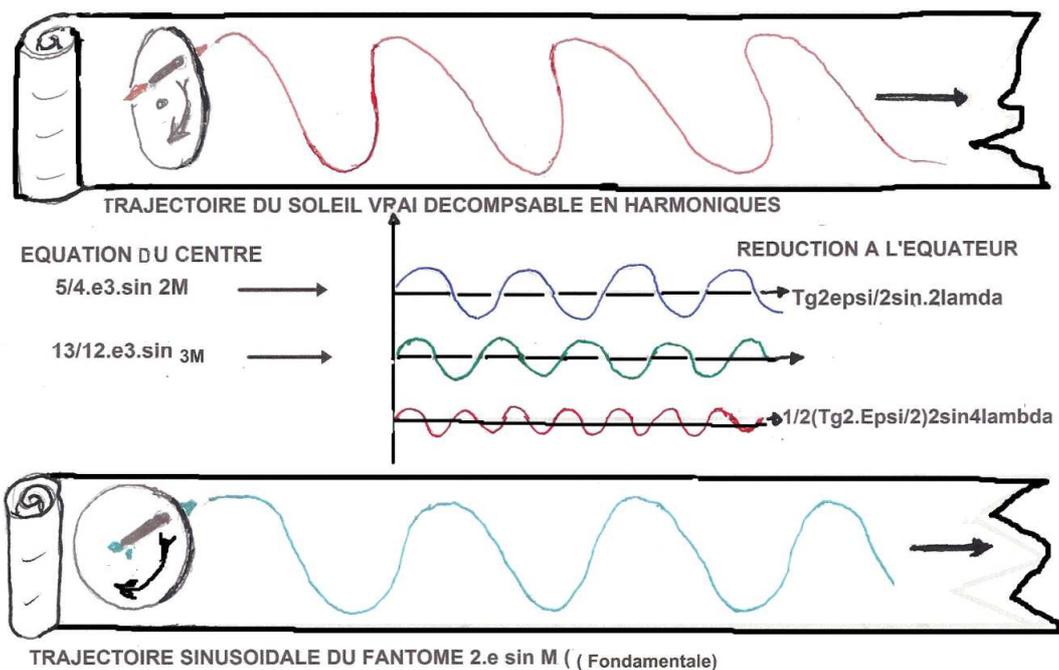
Dans le schéma récapitulatif, la courbe E.T anglo-saxonne est inversée en forme et en signe

INTRODUCTION SPECIFIQUE AUX SERIES DE FOURIER :

Une sinusoïde pure (alternative & périodique) n'admet pas de décomposition en série de Fourier.

Une courbe non alternative mais périodique peut être décomposable en plusieurs courbes sinusoidales dont les fréquences ont été multipliées par un nombre entier. Nous obtenons alors une sinusoïde dite fondamentale et des harmoniques pairs et impairs n°1, n°2,...L'amplitude des alternances des harmoniques est complexe à calculer. (V. équation simplifiée)

Montage : avec un papier défilant à vitesse constante devant une roue rotative (elliptique ou circulaire) avec crayon incorporé dans le manche nous obtenons respectivement en cartésien une courbe distordue, mais périodique donc décomposable et une sinusoïde pure non décomposable.



En fait la trajectoire sinusoïdale est la fondamentale de la trajectoire du soleil vrai. En sommant la fondamentale du fantôme avec deux ou trois harmoniques on reconstitue sensiblement la trajectoire du soleil vrai.

Il est légitime d'appliquer aussi ce type de développement à la réduction à l'équateur ; le soleil moyen se déplace comme le fantôme sur un cercle à vitesse constante et le soleil vrai projeté à vitesse variable comme sur une ellipse, donc là aussi on peut par les séries passer de l'ellipse au cercle & inversement.

Par cette méthode de développement nous obtenons alors pour:

Equation du centre →

$$C = 2.e^{-e^3/4}.\sin M + 5/4.e^2.\sin 2.M + 13/12.e^3.\sin 3M \dots ;$$

Réduction à l'équateur →

$$R = -Tg^2\varepsilon/2.\sin 2\lambda - 1/2(Tg^2\varepsilon/2)^2.\sin 4\lambda + 1/3(Tg^2\varepsilon/2)^3.\sin 6\lambda.$$

Equation du temps $\approx C+R$:

$$\circ ET = 2.e^{-e^3/4}.\sin M + 5/4.e^2.\sin 2.M + 13/12.e^3.\sin 3M \dots - Tg^2\varepsilon/2.\sin 2\lambda - 1/2(Tg^2\varepsilon/2)^2.\sin 4\lambda + 1/3(Tg^2\varepsilon/2)^3.\sin 6\lambda.$$

Seul les harmoniques pairs définissent la projection orthogonale du soleil vrai « R ». (V. projection orthogonale & montage)

Cependant nous pouvons éviter le développement Fourier de «R» en utilisant la formule de changement de coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales (spécifique au soleil):

$$\circ Tg A.D(\alpha^*) = Tg \lambda \times \text{Cos}.\varepsilon.$$

Donc l'E.T se présente comme : C + TG A.D soit :

$$\circ E.T = 2.e^{-e^3/4}.\sin M + 5/4.e^2.\sin 2.M + 13/12.e^3.\sin 3M - Tg \lambda \times \text{Cos}.\varepsilon.$$

Formule de Brétagnon² : (déjà évoquée dans cadran info) permet de calculer l'équation du temps, en minutes de temps, de 1900 à 2100, avec une précision de 1' de temps.

$$\circ ET = 7,362 \sin M - 0,144 \cos M + 8,944 \sin 2M + 4,299 \cos 2M + 0,288 \sin 3M + 0,133 \cos 3M + 0,139 \sin 4M + 0,171 \cos 4M + 0,009 \sin 5M + 0,011 \cos 5M + 0,001 \sin 6M + 0,006 \cos 6M - 0,00268T \sin 2M + 0,00538T \cos 2M$$

Où « T » est compté en années juliennes à partir de J2000.0 et où l'anomalie moyenne M du Soleil, exprimée en radians, est: $M = 6,240060119 + 6,283019551716 \times T$.

Il existe aussi d'autres méthodes de calcul ayant par exemple pour seul variable la déclinaison du soleil (V. cadran info 10).

Remarque : pour être complet l'E.T devrait à la base tenir compte de la **nutat**ion:

$$\circ E.T = C + R - N \cdot \cos \Omega \quad \text{avec } \Rightarrow N = -17''.2 \sin \Omega.$$

Ω désignant la longitude écliptique du nœud ascendant de l'orbite lunaire. En gnomonique ce terme est vraiment négligeable....

En dérivant la formule de l'E.T, il est possible de calculer aussi la durée du jour vrai (V. plus bas)

Remarque : Le mot analemme, comme précisé dans plusieurs cadrans infos, ne doit pas être employé en gnomonique. Pour mémoire : dans une projection gnomonique l'observateur est situé au centre de la sphère. Or Une projection analemmatique est synonyme d'une projection orthographique. (Observateur situé à l'infini).

Lecture de l'heure sur un cadran & comparaison avec une pendule :

Lecture de l'heure légale à partir de l'heure indiquée par un cadran solaire :

$$TL = TS + ET + \text{longitude du lieu} + 1 \text{ ou } 2 \text{ h}$$

Vérification de l'heure d'un cadran solaire à partir d'une horloge :

$$TS = TL - ET - \text{Longitude du lieu} - 1 \text{ h ou } -2 \text{ h.}$$

EX : un cadran solaire situé à Cavaillon (longitude = - 20 mn 05sec.) indique 9h le 21 juin.

$$ET = -1 \text{ mn } 44$$

On sait que : Nous sommes en heure d'été ; notre horloge indique donc :

9h + 1mn44 - 20mn 5sec + 2h soit # 10h 41mn 39 sec.

— * —

2 : Astronome du bureau des longitudes. Auteur de la **théorie VSOP82 - 87**, théorie permettant tout calcul des orbites planétaires sous forme de polynômes avec T exprimé en millénaire Julien avec pour origine 1° janvier 2000.0 à 12h

Influence de l'équation du temps sur la durée du jour

Les variations de l'ET s'accompagnent de variations de la durée du jour vrai. On sait que $E T = \text{retard du temps vrai sur le temps moyen}$. Si $ET \nearrow \text{jour vrai} > \text{jour moyen}$; inversement si $ET \searrow \text{jour vrai} < \text{jour moyen}$.

La ΔE dérivée de ET entraîne des Δ (+/-) des durées du jour vrai (v. figure).

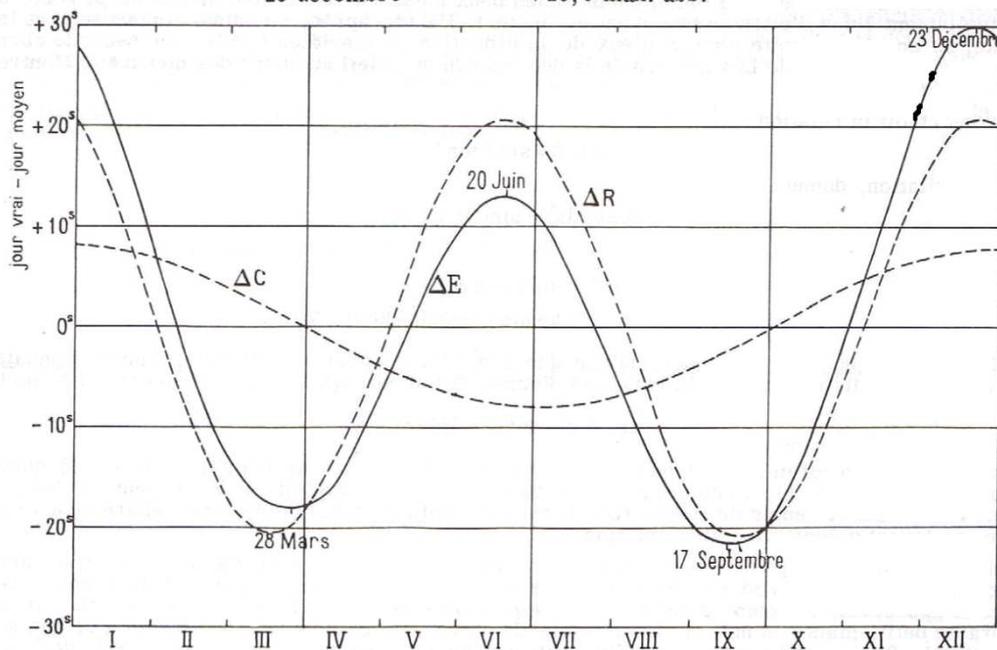
$$ET = 2e \sin M - \text{tang}^2 \frac{\epsilon}{2} \sin 2(M.Nj) + \dots \quad \text{équation simplifiée}$$

$$\Delta E = 2ne \cos M - 2n \text{tang}^2 \frac{\epsilon}{2} \cos 2(M.Nj) + \dots, \text{dérivée de E.T}$$

$$= 7^{\text{S}}9 \cos M - 20^{\text{S}}4 \cos 2(\text{M}+M) + \dots$$

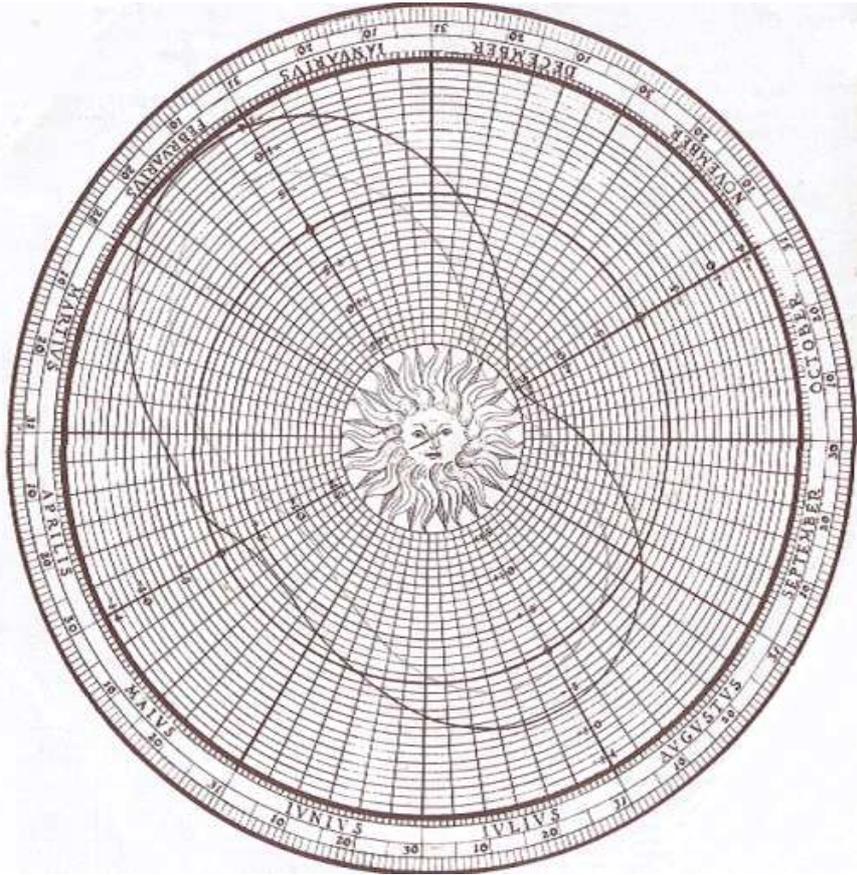
valeurs particulières pour 1960.de la durée du jour vrai

11 février	$\Delta E = 0s$
28 mars	- 18 ^S 4 min.
15 mai	0s
20 juin	+ 13 ^S 0 max.
27 juillet	0s
17 septembre	- 21 ^S 4 min. abs.
4 novembre	0s
23 décembre	+ 29 ^S 9 max. abs.

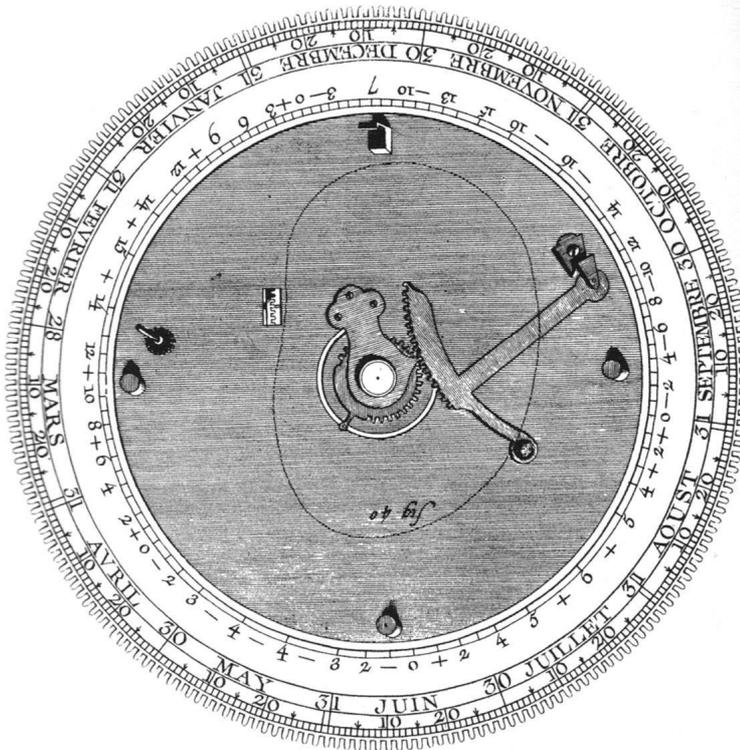


Variation annuelle de la durée du jour solaire vrai (courbe en trait plein). Les variations dues à l'équation du centre, ΔC , et à la réduction à l'équateur, ΔR , sont représentées séparément par des courbes en traits interrompus.

En imaginant un bouclage circulaire de l'entrée avec la sortie de l'E.T- présentée en *coordonnées rectangulaires* (fig. :5)- son support est supposé malléable, on obtient une autre forme de l'E.T en *coordonnées polaires*. De là les horlogers fabriquent une came dont un galet en contact fait avancer ou reculer soit un cadran soit une aiguille sur leurs pendules à équation. (V. figure suivante.)



équation de Julien Leroy



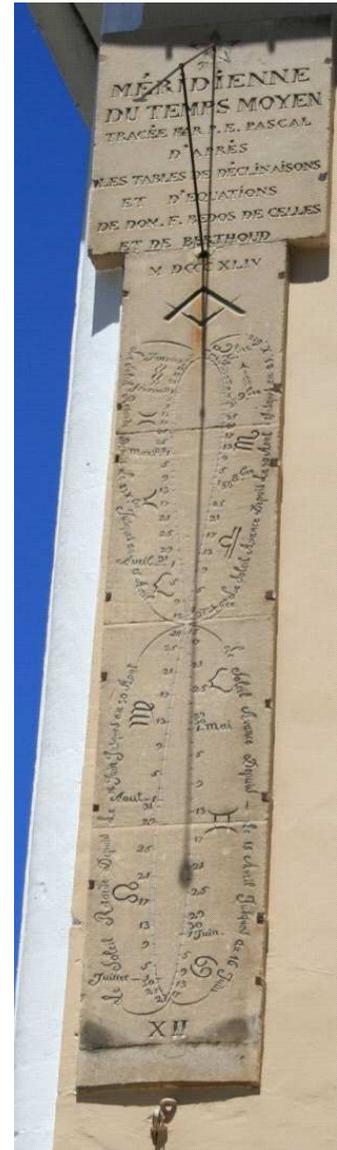
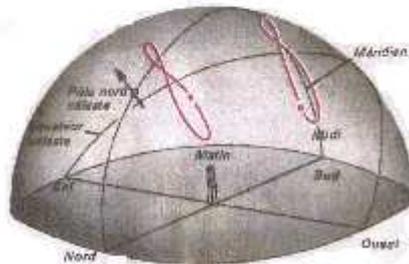
On remarque une différence sensible entre la forme de l'ET entre 1700 & 2000.

Courbe de FOUCHY (courbe de temps moyen) :

En supposant l'observateur géocentré, Il est possible de photographier chaque jour de l'année à la même heure le soleil avec un appareil photographique stable restant toujours orienté dans la même direction. Là après développement on obtient le 8 solaire (V.photos) ce dernier est représenté sur les cadrans sous forme de courbe de Fouchy facilitant ainsi la lecture du temps moyen à partir du temps vrai. Pour ne pas surcharger le dessin seul la ligne de midi supporte cette courbe de temps moyen. Certains gnomonistes préfèrent représenter la courbe de Fouchy sur deux cadrans différents mais sur toutes les lignes horaires. EX cadran majorquin calvaire saint Lluç

LA MERIDIENNE :

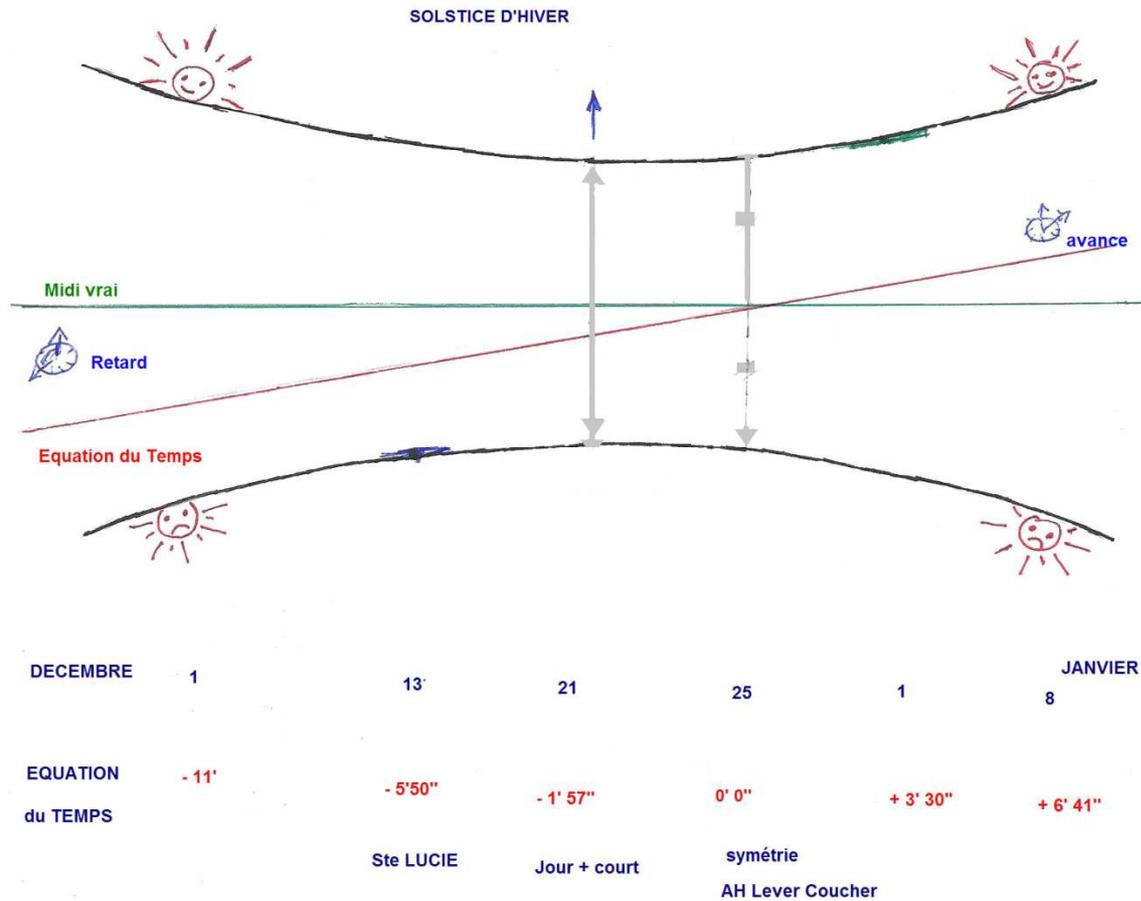
C'est une courbe de Fouchy gigantesque tracée sur le sol d'une église ou d'un observatoire avec un œilleton fixé très haut dans le mur gouttereau sud. Les méridiennes étaient surtout employées pour tenter de déceler la variation de l'inclinaison de l'écliptique. Les méridiennes d'Italie ont mis en évidence la diminution de la tache solaire aux solstices. Dans le passé la méridienne publique permettait surtout le recalage des montres mécaniques (méridienne d'Apt Vaucluse pendule =12 h le 24 mai)



Complément ou intervient l'Equation du temps :

On serait tenté de croire à une parfaite symétrie angulaire entre le lever & le coucher du soleil de part et d'autre du méridien local du lieu vu par un observateur géocentrique se référant à un cadran solaire ... vrai ! Hormis une poignée de secondes due à la réfraction atmosphérique & à la variation de **la déclinaison solaire journalière** aux alentours des équinoxes. Nous avons bien égalité des jours & des nuits aux équinoxes & le jour le plus long & le plus court aux solstices été/ hiver respectivement. Maintenant si notre observateur se réfère à une pendule ... Hélas! cette symétrie est brisée par l'équation du temps ... (V.schéma). Nb : Si l'on se réfère à l'almanach du Facteur pour Paris ou Pékin il faut tenir compte du décalage en longitude, du fuseau horaire, heure été /hiver du lieu pour avoir les heures de lever & de coucher☺. La durée du jour à une même date est fonction de la latitude du lieu.

La Sainte LUCE « les jours augmentent d'un saut de puce ... » dicton vrai pour nos ancêtres du XVI ème siècle. Le calendrier Julien en vigueur, accusait 10 jours de retard à l'époque 1582 (date d'adoption du calendrier Grégorien en France par Henry III), nous amenaient approximativement vers le 21 décembre jour réellement le plus court ; mais en fait aujourd'hui le 13 décembre (sainte luce) est le jour où le soleil se couche le plus tôt mais le lever ☼ plus tardif à l'horizon compense ce décalage.



CONCLUSION :

Ces quelques pages sont un recueil mais ne rendent pas le sujet exhaustif – l'équation de Kepler a été juste évoquée – néanmoins ce recueil sur l'équation phare des gnomonistes permet une avancée significative je pense.. dans la Cosmographie & la Théorie de nos pendules silencieuses, à ceux qui ont eu la patience de me suivre ... de surcroît cela crée un pont avec les horloges astronomiques

Gnomoniquement vôtre !!
Estivalet François

Annexe 1 :

Montage pédagogique visualisant la projection orthographique pour la réduction à l'équateur
Sur la photo 1 on remarque un décalage des lumières soleil vrai avec une phase avance entre 0° & 90° & une phase retard entre 90° & 180° soit 2 avances & 2 retards pour 360° (V.fig3)



Façade perforée régulièrement de γ à γ' avec empreintes régulières & taches lumineuses

Annexe 2 :

Appareil uranographique :

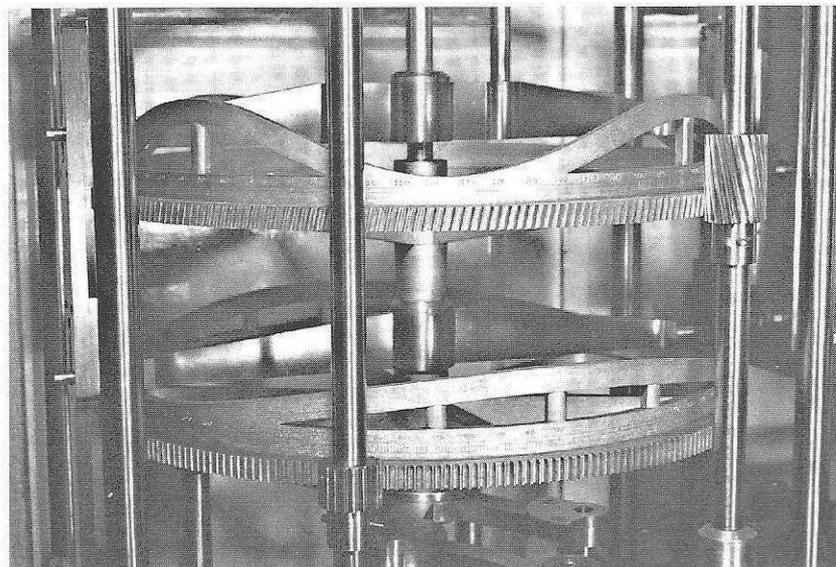
- Temps Greenwich couronne ;
- Temps moyen local anneau ;
- Temps vrai pointe rouge & \odot soleil vrai ;
- Temps légal été/hiver soleil rayonnant.

La came haricot E.T & le galet actionne l'indicateur de temps vrai & modifie la position du soleil vrai sur l'écliptique au fil des saisons.



La came le galet & le levier actionneur des indicateurs du temps vrai

Horloge astronomique de Strasbourg montage de Equation du Temps

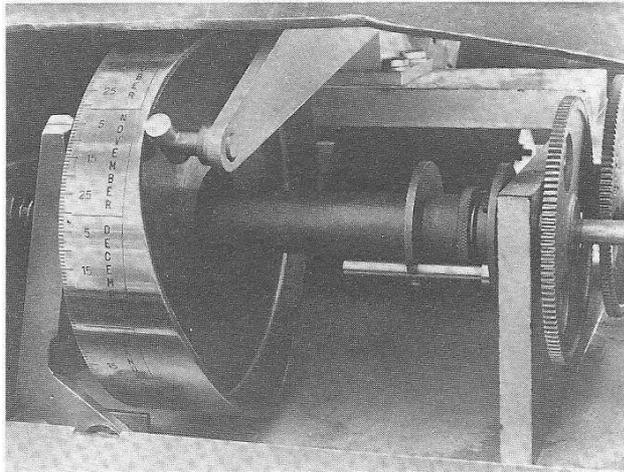


Les équations solaires. Celle du haut est munie d'une denture oblique

Les équations cartésiennes sont rebouclées sur elles-mêmes sur 720° . La came de l'équation du centre déplace verticalement celle de la réduction à l'équateur ; la denture oblique du plateau est entraînée par la denture de la roue hélicoïdale ; ce dernier est ainsi avancé ou retardé pour corriger via la tirée de la maquette du soleil vrai projeté sur l'équateur céleste du cadran temps apparent.

Annexe 3 :

CADRAN DE L'UNIVERSITE D'INDIANA : cadran avec correction mécanique obligeant ainsi la table à osciller autour de l'axe méridien suivant l'amplitude de L'E.T.



Le mécanisme de correction avec à gauche le tambour portant la came de l'Equation du Temps et les dates

Horloges Astronomiques de France :

- Strasbourg † avec ET;
- Beauvais † avec ET;
- Lyon † astrolabe;
- Besançon † avec ET;
- Bourges † astrolabe;
- Fécamp † astrolabe;
- Ploërmel † avec ET;
- Orly ouest → astrolabe à lecture verticale Safiha;
- Musée de Morteau avec ET (2 horloges) ;
- Musée Dupuy Toulouse astrolabe (petit modèle);
- Musée lorrain Nancy horloges Stanislas (vétustes) ;
- Mairie de Wassy (vétuste).



Quelques cadrans...



Cadran géant sur un immeuble en face de la cathédrale Saint Paul à Londres (L.Schumacher)



Cadran à Marrakech, installé en Octobre 2009 au Centre Culturel de Marrakech au Maroc. 2 fois 3,6m sur 3m en marbre (A.Ferreira)



Cadran de la citadelle du Caire, réalisé par D. Savoie (Photo J.Theubet)



La table de l'abbé Rasquin

Par Michel Ugon et Paul Gagnaire

« Il a fait alors une grande démonstration de sa découverte à un congrès international d'astronomie. Mais personne ne l'avait cru à cause de son costume. »

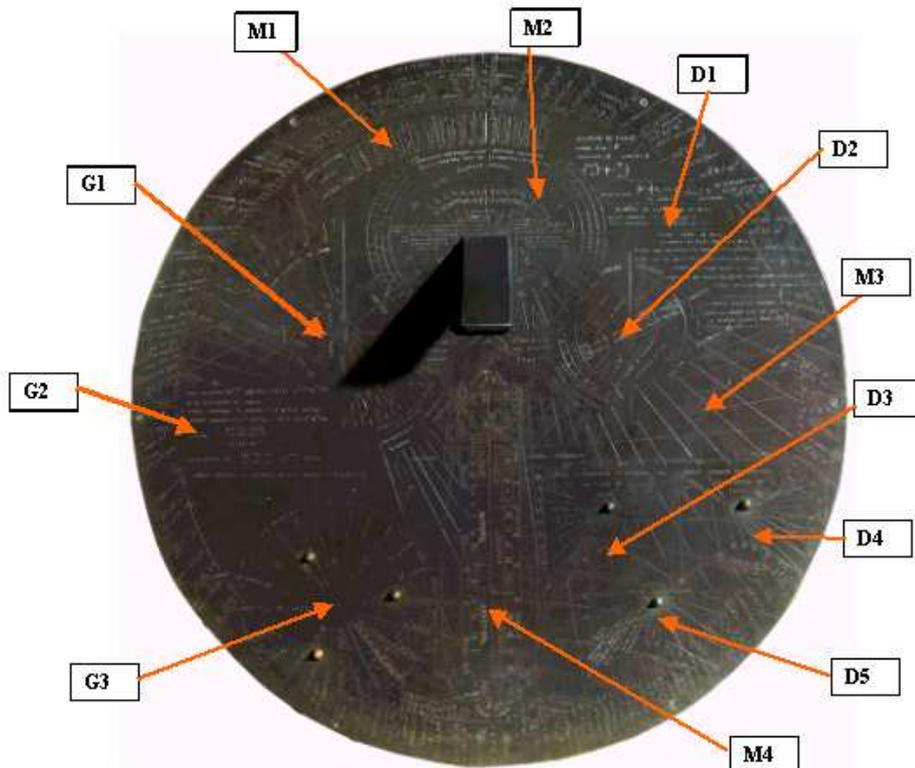
Antoine de Saint Exupéry - Le Petit Prince

1 – Généralités

Cette table, réalisée à partir de 1850 par l'abbé Jean-Baptiste Rasquin, curé de Champigneul dans les Ardennes, se trouve actuellement dans les réserves du Musée de la Vie Wallonne à Liège. Elle fait partie de la célèbre collection de cadrans solaires constituée par Max Elskamp (1862-1931), fils d'un armateur scandinave.

C'est Denis Savoie qui attiré notre attention sur cette œuvre magnifique dont l'analyse a réservé bien des surprises.

Tout d'abord, découvrons la complexité de cette table circulaire en bronze de 99 cm de diamètre qui est couverte de motifs et d'inscriptions en français et latin, parmi lesquelles on peut lire : « **Ce cadran, commencé en 1850 et terminé en 1871, renferme environ 2000 problèmes d'astronomie** » Tout un programme ! Mais il faut concevoir les problèmes à partir de leurs solutions.



Vue d'ensemble de la table de J-B Rasquin // Copyright Province de Liège – Musée de la Vie Wallonne

Le cliché ci-après indique les repères qui seront utilisés pour l'analyse.

Une présentation des motifs figure dans le catalogue des Cadrans Solaires du Musée de la Vie Wallonne réalisé par Henri Michel :

« L'ensemble de cet instrument ne présente pas de caractère artistique, mais ses lignes horaires ont été tracées avec précision et son intérêt réside dans les connaissances gnomoniques dont il est l'expression. Il porte en effet : un cadran solaire donnant le temps vrai à 5 minutes près ; une méridienne indiquant le temps moyen, les positions du Soleil dans le Zodiaque, les solstices et les équinoxes ; les heures correspondantes dans divers pays ; une échelle de conversion déterminant l'heure à la lumière de la Lune ; une table de comput ; les hauteurs de culmination de Soleil et ses degrés de l'écliptique ; il faut ajouter quatre cadrans à gnomons, indiquant : les heures lunaires ; les heures italiques ; les heures babyloniennes ; les heures judaïques et celles de la Passion.

J-B Rasquin nous donne un dernier exemple de ce que furent, deux ou trois siècles avant lui, ces clercs passionnés de sciences exactes, à qui nous devons tant d'intéressantes notions et tant de curieux instruments. A ce titre, son nom mérite de ne pas être oublié »

1 – 1 Jean-Baptiste Rasquin

La table est signée : « J-B Rasquin, curé de Blagny en 1858 ». J-B Rasquin est né à Sedan le 22 août 1823 et décédé à Boulzicourt en mai 1907. Il fût curé de Champigneul (aujourd'hui Champigneul-sur-Vence) près de Charleville-Mézières dans les Ardennes, et aussi curé de Blagny en 1858 à 47 Km à l'est de Charleville.

Il n'y a pas de doute qu'il était passionné d'Astronomie et de Gnomonique, pour avoir réalisé cette table qui était dans le jardin du presbytère de Blagny (vue par Gh Houen) et qui a été transportée ensuite dans celui de Boulzicourt, canton de Flize. Elle s'y trouvait toujours en 1909.

La table a été ensuite acquise par un habitant de Boulzicourt puis par un collectionneur belge, et c'est sans doute la raison pour laquelle elle s'est retrouvée dans la collection de Max Elskamp à Liège.

La fiche descriptive de la table du Musée de la Vie Wallonne signale que J-B Rasquin a été « *faussement accusé par les Prussiens envahissant le village d'avoir noyé une barque, d'armer les habitants de 200 fusils, d'avoir tiré sur les Prussiens le 31 août 1870, il a été jugé en conseil de guerre à Illy, près de Sedan, le 3 septembre 1870, et reconnu innocent.* »

Ceci se lit aussi sur la table au dessus du style (voir M2)

1 – 2 Les coordonnées :

La latitude de la table inscrite au niveau du style est 49°45', or les coordonnées G.P.S des divers lieux de résidence de J-B Rasquin sont les suivantes :

Champigneul : Latitude Nord: 49°42'6'' ; Longitude Est: 4°39'24''

Blagny : Latitude N: 49°37'10'' ; Longitude E: 5°11'19''

Boulzicourt: Commune proche de Champigneul. Latitude N: 49°41'42'';

Longitude E: 4°41'49''

Ceci confirme que la latitude de la table est bien celle de Champigneul avec une erreur inférieure à 5 Kilomètres. Ceci est d'ailleurs en accord avec l'inscription qui figure sous le style :

« FAIT PAR J-B RASQUIN DE CHAMPIGNEUL (près Mézières) ARDENNES (1850) »

Les lectures se feront, table orientée normalement vers le Sud.

2 - M3- Le cadran principal

On remarque que le style polaire a une largeur de 60 mm, ce qui sera surtout justifié lors de l'étude de la méridienne M4. Pour le cadran principal de la table, tout se passe donc comme si elle possédait deux styles polaires distants de 60 mm ayant un style droit de 157 mm et deux centres C_E et C_W. Ces données permettent de calculer les deux demi-cadrans

correspondants pour la latitude de 49°45' et de vérifier que les lignes horaires sont parfaitement exactes. Comme tous les cadrans de cette table, M3 fonctionne horizontalement.

Ce cadran possède 19 courbes symétriques transversales qui apparaissent en arrière-plan des divers motifs : 9 courbes au Sud, 9 au Nord et l'équateur horizontal. Ce sont des courbes de dates repérées par la position du Soleil sur l'écliptique de 10° en 10°, qui, par série de trois, bornent les signes du zodiaque : Les hyperboles extrêmes sont les projections des tropiques du Cancer et du Capricorne marquées respectivement :

4 ECREVISSE 90 – TROPIQUE DU CANCER et 10 CAPRICORNE 270 – TROPIQUE DU CAPRICORNE, qui correspondent à la déclinaison solaire de $\pm 23^{\circ}26'$ et le segment central horizontal à l'équateur (voir figure 2 ci-après). Les autres hyperboles sans marquage sont les hyperboles espacées de 10°. Ainsi, on distingue :

1 BELIER 0° ; 2 TAUREAU 30° ; 3 GEMEAUX 60° ; 4 ECREVISSE 90° ; 5 LION 120° ; 6 VIERGE 150° ; 7 BALANCE ; 8 SCORPION ; 10 CAPRICORNE 270° ; 11 VERSEAU 300° ; 12 POISSONS 330°.

Seul le signe du SAGITTAIRE n'apparaît pas par manque de place et la LIGNE EQUINOXIALE, qui est une droite, est également marquée EQUATEUR.

Quant à la précision du cadran, nous pouvons supposer que l'on apprécie aisément un déplacement de l'ombre de 2mm sur la circonférence extérieure. Comme l'arc horaire minimal est de l'ordre de 12° vers midi avec un rayon de 430mm environ, on en déduit que la longueur de cet arc horaire est d'environ 90 mm, d'où une précision voisine de 0,02 heure soit approximativement 1 minute. La précision annoncée de 5 minutes est donc assez pessimiste car le cadran principal est bien meilleur, à condition d'être convenablement orienté.

Les lignes horaires sont marquées de l'Est vers l'Ouest au niveau de la première courbe sous l'équateur : 3H ; 2H ; 1H ; 12H ; 11H ; 10H et 9H.

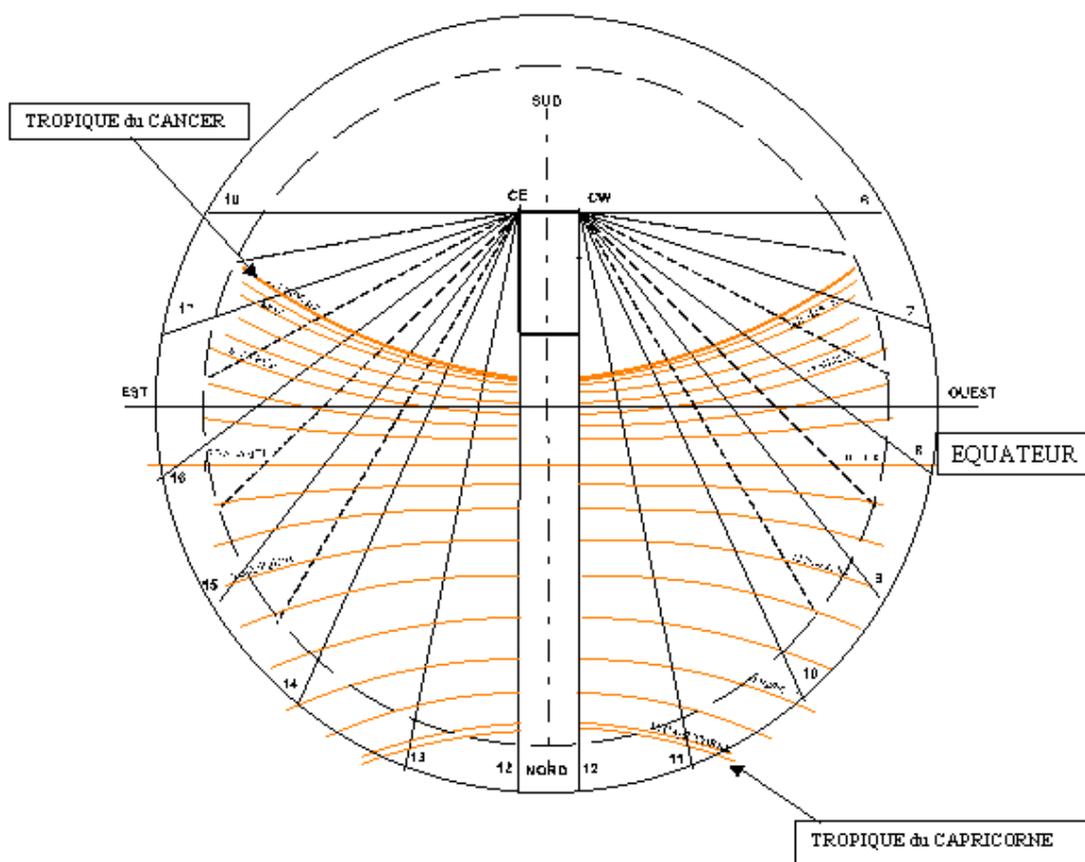


Figure 2 : Le cadran principal M3 (version calculée)

3 - M2 (voir figure 3)

Semblable au cadran principal M3, il s'agit ici d'un cadran soli-lunaire. La largeur du style écarte, comme il se doit, les deux parties Est et Ouest. Les parties Sud-Ouest (graduée de IV à VI dans le sens horaire) et Nord-Est (I à VI) sont centrées sur C_E , tandis que les deux autres Sud-Est (VI à VIII) et Nord-Ouest (VI à XI) le sont sur C_W .

De chaque côté du style, la latitude du lieu ($49^{\circ}45'$) est rappelée. Au-dessus du style, on peut lire : **ECHELLE LUNAIRE** et à l'envers, la phrase :

« Ce Cadran commencé en 1850, terminé en 1871 renferme environ 2000 problèmes d'Astronomie »

Au-dessus du style, se trouve aussi une table donnant le retard (en heures) de la Lune sur le Soleil en fonction de son âge. Ce tableau contient donc les informations suivantes :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14,765294
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29,5305885

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

Ainsi, ce cadran peut servir aussi bien le jour que la nuit. Le jour, c'est un cadran solaire qui possède le même éventail horaire que le cadran principal M3. La nuit, les heures lues à l'ombre de la Lune doivent être converties en heures solaires vraies : G3 donnant le jour de la Lune (voir plus loin), la table donne le décalage horaire qu'il faut appliquer sur les lectures.



Figure 3 : Le cadran M2 // Copyright Province de Liège – Musée de la Vie Wallonne

Au-dessous de cette table de correspondance, on lit à l'endroit :

**« J-B RASQUIN, CURE DE BLAGNY
EN 1858, FAUSSEMENT ACCUSÉ PAR LES PRUSSIENS
ENVAHISSANT BLAGNY, D'AVOIR NOYÉ UNE BARQUE, D'ARMER LES
HABITANTS DE 200 FUSILS ;
D'AVOIR TIRÉ SUR LES PRUSSIENS, LE 5 AOUT 1870 ;**

A ÉTÉ JUGÉ EN CONSEIL DE GUERRE à ILLY
PRES SEDAN, 5 SEPT 1870, RECONNU INNOCENT.
LES PRUSSIENS ONT PILLÉ LES TERRES, Y ONT SOUILLÉ LES VASES SACRÉS,
LES VETEMENTS SACERDOTAUX, ET TOUS LES OBJETS A L'USAGE DU CULTE
CATHOLIQUE. »

Ce passage a été presque entièrement repris dans la fiche descriptive de la table établie en 1994. Les dates citées et la compacité du texte montrent qu'il a été gravé en dernier, voire ajouté dans une place libre au dessus du style après la réalisation de la table.

4 - M1:

Ce n'est pas un cadran, c'est un tableau de correspondance entre le nombre d'or et les épactes (voir le cliché de la figure 4). Les épactes¹ expriment l'âge de la Lune au 31 décembre de chaque année.



Figure 4 – Le tableau M1// Copyright Province de Liège – Musée de la Vie Wallonne

Ainsi, on lit de haut en bas :

« l'EPACTE OFFICIELLE » qui varie de 0 à XVIII en chiffres romains
L'EPACTE réelle avec 4 décimales (voir annexe).

Le NOMBRE D'OR « N » qui varie de 1 à 19ans (cycle de Méton).

Dans ce tableau, on s'aperçoit que la valeur correspondant à N = 19 est 1,5701 au lieu de 18,5701. Il ne s'agit vraisemblablement pas d'une erreur de calcul de l'abbé Rasquin, mais d'une simple erreur de transcription. En effet, l'épacte officielle donne bien la valeur XVIII, ce qui est exact.

5 - D1:

C'est un ensemble de formules du comput ecclésiastique dont le but est de déterminer la date de la fête de Pâques. Les valeurs de référence proviennent de G2. Ainsi, on peut lire du Sud vers le Nord:

¹ Sur les épactes : on se reportera à l'article de Michel Ugon sur la table de St Mars-sous-Ballon dans Cadran-Info n°21

FIXATION DE PAQUES

NOMBRE D'OR = N

QUOTIENT = Q

ANNEE = A

$$\frac{(A + 1)}{19} = \frac{(Q + N)}{19}$$

$$EPACTE = E \quad \frac{(N - 1) 10^J,875202}{29,5305885} = Q + \frac{E}{29,5305885}$$

NEOMENIE² DE JANVIER ET DE MARS

ANNEE COMMUNE = 29,5305885 - E

ANNEE BISSEXTILE = 29,5305885 - E - 1

PLEINE LUNE DE MARS

NEOMENIE DE MARS APRES LE 6 MARS

PLEINE LUNE EN MARS = 29,5305885 - E + 14,765294

PLEINE LUNE EN AVRIL = 29,5305885 - E + 14,765294 - 31

NEOMENIE DE MARS AVANT LE 7 MARS

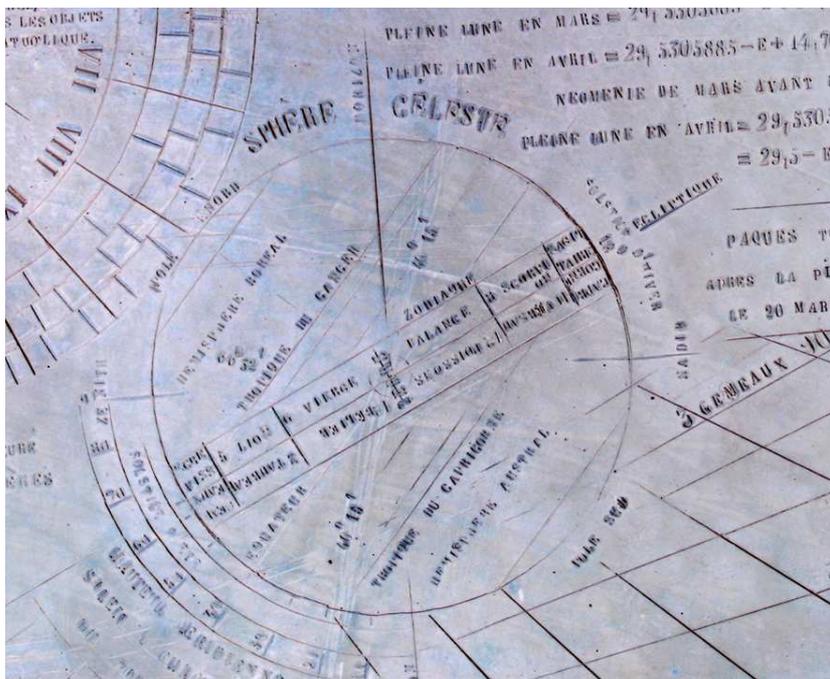
PLEINE LUNE EN AVRIL = 29,5305885 - E + 14,765294 + 29,5305885 - 31

≈ 29,5 - E + 14,5 + 29,5 - 31 (FORMULE OFFICIELLE)

PAQUES TOMBE LE DIMANCHE
APRES LA PLEINE LUNE QUI SUIT
LE 20 MARS (CONCILE NICEE 325)

6- D2 :

Comme son nom l'indique, nous avons ici un croquis de la SPHERE CELESTE.



Suivant l'axe des pôles
on peut lire :

- POLE NORD
- HEMISPHERE BOREAL
- 66°32'
- TROPIQUE DU CANCER
- EQUATEUR
- 40°15'
- TROPIQUE DU CAPRICORNE
- HEMISPHERE AUSTRAL
- POLE SUD

◀ Figure 6 : La sphère céleste D2

² Néoménie = nouvelle Lune

Et sur l'écliptique, entre le SOLSTICE D'ÉTÉ et le SOLSTICE D'HIVER, on trouve les signes du zodiaque :

ECREVISSE	5 LION	6 VIERGE	BALANCE	8 SCORPION	SAGITTAIRE
GEMEAUX	2 TAUREAU	1 BELIER	12 POISSONS	11 VERSEAU	CAPRICORNE

Ici la ligne d'horizon est verticale et perpendiculaire à celle qui joint le ZENITH au NADIR. Enfin, entre le tropique du Capricorne et le zénith figure un rapporteur gradué de 10° en 10° avec l'indication :

HAUTEUR MERIDIENNE DU
SOLEIL A CHAQUE DEGRÉ
DU TROPIQUE

7 - D3 et D4

Ces deux cadrans à style droit sont classiques. Il s'agit :

- d'un cadran d'heures babyloniennes (D3)
- d'un cadran d'heures italiennes (D4)

Les inscriptions donnent respectivement les définitions de ces heures qui étaient utilisées dans l'antiquité et qui étaient comptées de 0 à 24 heures à partir du lever ou du coucher du Soleil :

- « Heures babyloniennes commençant avec le lever du Soleil »
- « Heures italiennes commençant avec le coucher du Soleil »



Figure 7 : Les deux cadrans D3 et D4

Les lignes horaires de ces deux cadrans sont symétriques par rapport à la ligne du midi solaire. Ces lignes sont numérotées dans le sens horaire de 1 à 14 pour le cadran babylonien et de 9 à 23 pour le cadran italien. Du fait de la symétrie, Les lignes B_b et I_{12+b} se croisent sur la droite équinoxiale avec la ligne horaire $6 + b$.

La figure 8 (page suivante) résulte du calcul de ces deux cadrans avec deux styles droits de 19 mm de haut situés à 16 mm des centres C respectifs. Mais, pour ne pas briser le tracé, sur cette figure, on a fusionné les deux styles droits et donné à la ligne de midi la même épaisseur qu'aux autres lignes horaires de temps vrai.

On pourra vérifier l'exactitude des tracés de ces deux cadrans.

8 - D5 :

La figure 9 (page suivante) montre ce cadran dont le titre est :

HEURES JUDAÏQUES COMMEN
CANT aux HEURES
DU MATIN

On peut se questionner sur la coupure du mot COMMENCANT. Mais il est plus curieux de constater qu'il ne s'agit pas ici d'heures antiques ou temporaires (bien que la méridienne corresponde à 6 H) , mais d'un éventail horaire classique numéroté de 1 à 12 commençant le matin dans le sens horaire. Comme un début de « a » semble apparaître sous le style sur plusieurs clichés, nous avons ajouté le « aux » au centre par souci de cohérence.

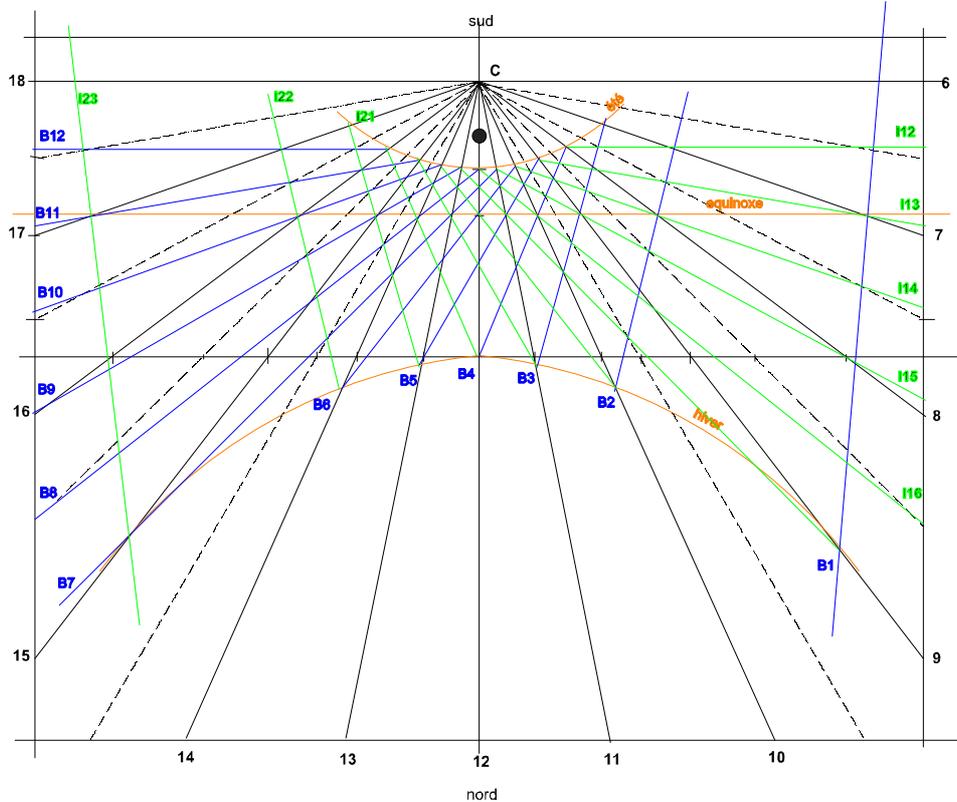
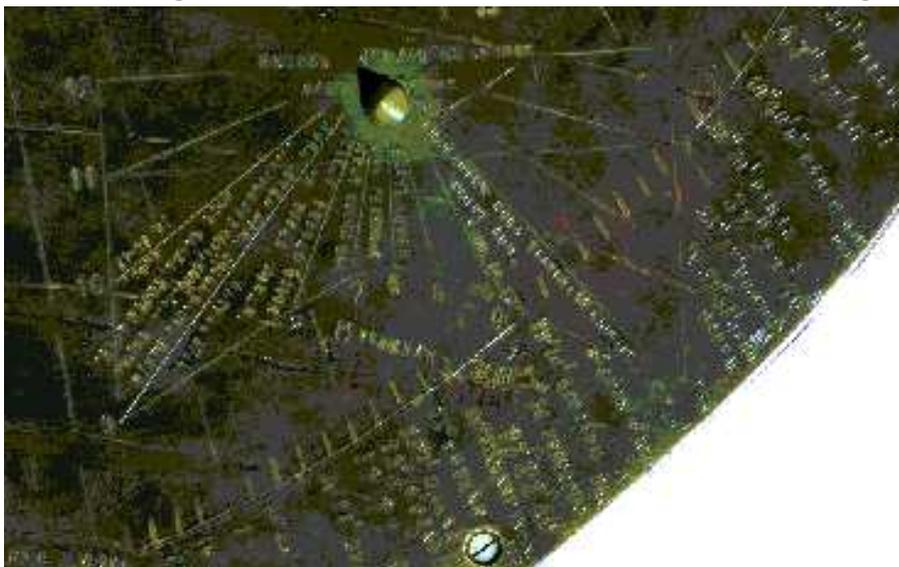


Figure 8 : L'ensemble des éventails horaires calculés pour le cadran principal (en noir) , le babylonique D3 (en bleu) et l'italique D4 (en vert).

8-1 Nature du cadran :

Il s'agit d'un cadran horizontal dont la numérotation des lignes a été modifiée et retardée de 6 heures.



La première ligne, à droite du cliché, donc à l'ouest pourrait être numérotée zéro si ce n'était pas contraire à la façon de faire habituelle. Mais l'éventail horaire se poursuit en ... 3 ... 6 ... 9 ...12. L'heure 6 est dans le méridien, comme serait un XII. Aux équinoxes le Soleil levant marquerait la ligne zéro. Il se coucherait sur la ligne

Figure 9 : Le cadran « Judaïque »

12.

L'abbé Rasquin intitule ce cadran : « heures judaïques commençant aux heures du matin ». En effet, en numérotant de 0 à 12 ses lignes d'heures, il a entendu manifester les heures du matin. Mais sa numérotation est bien loin d'être judaïque, parce que les heures judaïques commencent au coucher du Soleil et non pas à VI matin, comme ici. Il n'a pas davantage tracé un éventail d'heures temporaires qu'on appelle aussi antiques, temporaires, bibliques, judaïques ; il a tracé un éventail de temps vrai.

Mais, comme son propos était d'inscrire, dans ce canevas horaire, les derniers instants de la Passion du Christ, de la troisième heure temporaire de jour, à Jérusalem, un jour proche de l'équinoxe, jusqu'à la neuvième heure temporaire de jour, il a tout simplement établi les coïncidences suivantes entre les heures temporaires et les heures de temps vrai local :

3^{ème} temporaire = 9 heures du matin

6^{ème} temporaire = midi

9^{ème} temporaire = 3 heures de l'après-midi

En effet, les évangélistes présentent le récit de la Passion en heures temporaires.

8-2 Les inscriptions entre les lignes horaires :

- a) entre 3 et 4 du cadran = entre 9 et 10 TVL
ERAT AUTEM HORA TERTIA : ET CRUCIFI
XERUNT EUM. Marc 15.25
« C'était alors la troisième heure : et ils le crucifièrent »
- b) entre 4 et 5 du cadran = entre 10 et 11 TVL
pas d'inscription
- c) entre 5 et 6 du cadran = entre 11 et 12 TVL
A SEXTA AUTEM
« Et, depuis la sixième »
- d) entre 6 et 7 du cadran = entre 12 et 13 TVL
HORA TENEBRAE
« heure, les ténèbres »
- e) entre 7, 8 et 9 du cadran = entre 13 et 15 TVL
FACTAE SUPER UNI VERSAM TERRAM USQUE
AD HORAM NONAM. Matth. 27.47
« faits sur toute la Terre jusqu'à la neuvième heure »
Ici, nous avons regroupé les deux lignes 7 à 9.
- f) entre 9 et 10 au cadran = entre 15 et 16 TVL
HORA AUTEM NONA EXCLAMAVIT JESUS
DICENS: ELOÏ, ELOÏ, . :. ... EMISSA
MAGNA VOCE, EXPIRAVIT. Marc 18. 16/17
« Et, à la neuvième heure, Jésus s'écria ...
Disant : Eloï, Eloï, . :. ... d'une voix forte, expira »

On remarque que si les inscriptions de a) à e) respectent scrupuleusement le texte des Evangiles, la dernière, en revanche, présente des coupures et un raccord peu habile. On peut retrouver facilement ces passages de Marc et de Matthieu, dans un missel antérieur au concile Vatican II : Marc fournit la lecture du mardi saint et Matthieu celle du dimanche des Rameaux.

La suite des inscriptions de l'abbé Rasquin, après mise au net, devient :
« C'était alors la troisième heure et ils le crucifièrent. De la sixième jusqu'à la neuvième heure, les ténèbres recouvrirent toute la Terre. Puis, à la neuvième heure, Jésus cria d'une voix forte : « Eloï, Eloï, . :. ... et il expira ».

8-3 Remarques

On connaît des « Horloges de la Passion » dont chacune des vingt-quatre heures est annotée d'un événement de la Passion du Christ ; les bornes se situent le jeudi saint à 18 heures et le vendredi saint à 6 heures. Il existe aussi de très rares cadrans solaires (nous n'en connaissons qu'un seul) où les heures de la Passion sont également repérées entre les lignes horaires, et même entre des lignes non ensoleillées.

L'abbé Rasquin s'est voulu plus réaliste et il n'a conservé que les toutes dernières heures de la Passion, de IX matin à XV soir, soit de la troisième à la neuvième heure temporaire de jour. Son cadran est fonctionnel même le jour du solstice d'hiver. A Jérusalem, la journée qui comprend 12 heures de nuit et 12 heures de jour, commence au coucher du Soleil.

Bien entendu, la numérotation curieuse qu'il a adoptée ne constitue pas une erreur : elle se rapproche de ce que serait une numérotation temporaire et, puisque la Passion se déroule vers l'équinoxe de printemps, il a dû prendre cette option comme la meilleure possible pour accorder ses inscriptions, à la fois avec les lignes horaires, qui sont du TVL, et avec leur numérotation pseudo-temporaire.

Pour compléter ce que nous savons déjà, on peut dresser le tableau suivant :

Evènements de la Passion	Heures TVL Jérusalem	Temporaires de nuit	Temporaires de jour	Cadran Rasquin TVL – 6 h
Jeudi saint Coucher Soleil	18h	Début 1ère	Fin 12ème
Vendredi saint Lever Soleil	6h	Fin 12ème	Début 1ère
Crucifixion	9h	3ème	3 car $9-6 = 3$
Début ténèbres	12h	6ème	6 car $12 - 6 = 6$
Mort du Christ	15h ou 3	9ème	9 car $15 - 6 = 9$
Coucher de Soleil	18h ou 6	Début 1ère	Fin 12ème	12 car $18- 6 = 12$

NB : Ces correspondances horaires ne conviennent qu'aux jours d'équinoxe.

9 - G1 -

Il s'agit d'un rapporteur donnant la « **HAUTEUR MERIDIENNE DU SOLEIL** ». On peut lire les différentes indications (voir cliché):

- POLE NORD, ZENITH MEZIÈRES, HORIZON VISUEL, HORIZON VRAI, TERRE, EQUATEUR, NADIR, POLE SUD
- SOLSTICE D'ETE, EQUINOXE, SOLSTICE D'HIVER,
- DECLINAISON AUSTRALE, DECLINAISON BOREALE

Les angles peuvent être lus en degrés sur deux échelles.

1^{ère} échelle :

Celle des HAUTEURS DU SOLEIL est gradué entre les deux solstices : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 63°43'.

Les valeurs des angles remarquables sont les suivantes : 16°47' ; 23°28' ; 23°28' ; 26°17' et 63°43' en allant de l'horizon vers le solstice d'été.

La déclinaison solaire aux solstices est donc ici de 23°28' soit 23°,46 (aujourd'hui cette valeur est de 23°26' = 23°,44)

On peut vérifier que :

* $26°17' + 23°28' = 49°45'$, ce qui est bien la valeur de la latitude du lieu prise par J-B Rasquin,

* la somme $16^{\circ}47' + 23^{\circ}28' + 23^{\circ}28' + 26^{\circ}17' = 90^{\circ}$.

* la valeur maximale de $63^{\circ}43' = 90^{\circ} - 26^{\circ}17'$

l'équateur correspond à $23^{\circ}28' + 16^{\circ}47' = 40^{\circ}15'$

2^{ème} échelle :

Celle des DECLINAISONS comporte une double graduation en partant soit de $63^{\circ}43'$; 50, 40, 30, 20 et 10, soit de $23^{\circ}28'$ et gradué 20, 10, 0, 10, 20, 30 et 40.

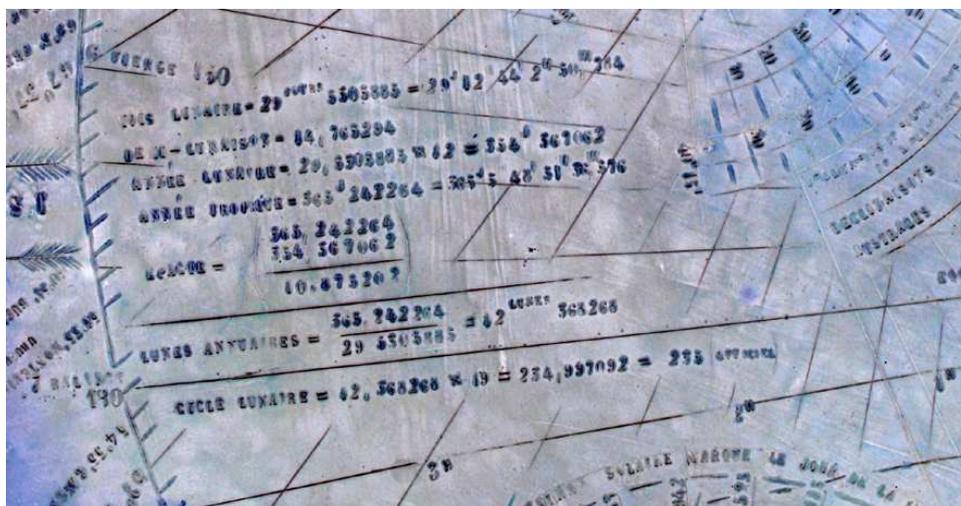
Figure 10 : Le motif G1 ▶



10-G2 :

L'ensemble G2 est un groupe de valeurs qui sont utilisées notamment dans D1, M1 et G3.

G2 ▼



Les indications sont les suivantes :

$$\text{MOIS LUNAIRE} = 29^{\text{JOURS}},5305885 = 29^{\text{J}} 12^{\text{H}} 44' 2'' 50''',384$$

$$\text{DEMI-LUNAISON} = 14,765294$$

$$\text{ANNEE LUNAIRE} = 29^{\text{J}},53055885 \times 12 = 354^{\text{J}},367062$$

$$\text{ANNEE TROPICQUE} = 365,242264 = 365^{\text{J}} 5^{\text{H}} 48' 31'' 36''',576$$

$$\text{EPACTE} = \frac{365,242264 - 354,367062}{10,875202}$$

$$\text{LUNES ANNUAIRES} = \frac{365,242264}{29,5305885} = 12^{\text{Lunes}},368268$$

$$\text{CYCLE LUNAIRE} = 12,368268 \times 19 = 234^{\text{L}},997092 \cong 235 \text{ (OFFICIEL)}$$

11 - G3 :

Ce motif circulaire est muni de trois plots cylindriques ayant une extrémité conique et disposés aux sommets d'un triangle équilatéral centré. Chacun de ses 24 rayons supporte un nombre à 7 décimales allant de 1,2304411 à 29,5305885 dans le sens anti-horaire. Ce dernier nombre est précisément la valeur moyenne de la révolution synodique ou lunaison de 29 jours 12 h 44 minutes 02s.

La précision apparente de ces nombres nous interpelle car, en supposant une mesure d'arc à 1 mm près, il faudrait un cercle de diamètre supérieur à 3 km pour l'atteindre !.



Figure 11 : Le motif G3 // Copyright Province de Liège – Musée de la Vie Wallonne

L'abbé Rasquin n'ignorait probablement pas que le mouvement lunaire subit des variations très importantes, connues depuis longtemps, avec une périodicité allant de 29, 291 à 29, 833. Les 7 décimales sont donc superflues, mais il devait probablement les conserver lors des calculs dans un but didactique. Le cadran indique sur chaque ligne horaire, un nombre qui croît chaque jour de 24 heures en progression arithmétique de raison (voir en annexe)

$$29,5305885 / 24 = 1,2304411.$$

Ainsi peut-on contrôler que la ligne médiane (minuit) correspond bien à 14,7652942 (Pleine Lune) et celle du Premier Quartier à 8,6130882.

Les valeurs lues sur les rayons sont rappelées en annexe.

Tous les 4 rayons, ces valeurs sont exprimées en jours, heures, minutes et secondes. Par exemple, sur le rayon médian on lit 14^J 18^H 22' 1'',425 .

Néanmoins, cherchons à comprendre l'utilisation de ce motif en nous posant la question suivante :

S'agit-il d'un abaque ou d'un cadran lunaire ?

On voit immédiatement que les lignes horaires ne sont pas équi-angulaires comme le seraient celles d'un abaque. De plus, cet éventail correspond exactement à celui du cadran solaire horizontal du lieu et ceci nous oriente vers un cadran lunaire.

MAIS un cadran lunaire classique possède une couronne rotative graduée en heures solaires de façon à lire directement cette heure à l'ombre lunaire d'un gnomon polaire la nuit. Dans ce cas, la couronne doit être tournée de façon que l'âge de la lune coïncide avec la ligne de midi. Or on ne voit aucune trace de frottement rotatif d'une telle couronne, ni près du centre, ni sur la périphérie. De plus, ce cadran ne comporte pas de gnomon, mais trois plots à 60° dont on peut se demander l'usage.

Se trouverait-on en présence d'une variante de cadran lunaire originale ?

C'est ici que l'on doit faire l'hypothèse que ces trois plots servaient à supporter un plateau horizontal circulaire, aujourd'hui égaré³, supportant un instrument rotatif pointant sur le centre du disque lunaire et dont la position donnait directement l'âge de la Lune.

En effet, tous les cadrans lunaires connus à l'époque supposaient la connaissance de cet âge, encore donné approximativement au XIXème siècle par des abaques ou des calculs d'épactes. L'abbé Rasquin aurait donc trouvé une méthode de mesure de cet âge beaucoup plus précise, et l'on comprend mieux l'inscription qui figure sur ce cadran : « **L'heure de la Lune sur le cadran solaire marque le jour de la Lune sur le cadran lunaire** »

Dans ce cas, de quel instrument peut-il s'agir ?

Le lecteur a probablement deviné que, dans cette hypothèse, l'instrument le plus simple devait être une alidade constituée d'une plaque rectangulaire rotative, glissant sur un axe perpendiculaire en son milieu et d'un index en son extrémité (voir figure ci-après). Lorsque l'alignement sur la Lune a lieu à heure fixe, l'index indique directement le jour de la Lune sur le cadran. On peut alors se demander

A quelle heure l'opérateur devait-il faire la mesure ?

En théorie, toutes les heures peuvent servir de référence à condition de respecter la périodicité pour laquelle il suffisait d'une bonne montre vers 1860. Cependant, l'observation du cadran indique que l'origine coïncide avec la ligne de midi-minuit du cadran et la Nouvelle Lune. Toujours dans cette hypothèse, le mode d'emploi était donc très simple : à minuit, il suffisait d'orienter l'alidade vers le centre du disque lunaire (ou annuler l'ombre portée par l'alidade) et l'index montrait automatiquement le jour de la Lune avec une très bonne précision.

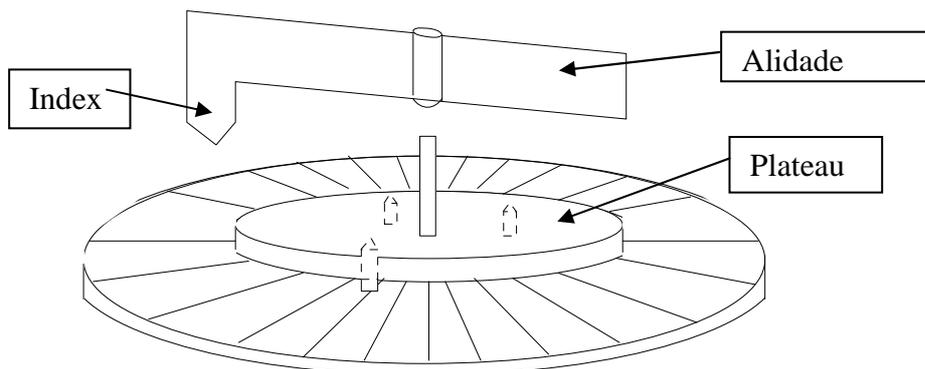


Figure12 : Principe de fonctionnement du cadran lunaire G3

Conclusion sur G3 :

Ce cadran est bien un cadran lunaire, mais contrairement à certaines analyses rapides du passé, il est apparu que les trois plots ne sont pas des gnomons mais très probablement des

³ Une recherche du plateau s'est avérée infructueuse par le Musée de la Vie Wallonne.

supports d'un plateau circulaire qui venait s'y encastrer grâce à trois cavités coniques. C'est ce plateau qui supportait une alidade pointée sur la Lune pour indiquer directement son âge sur le cadran par un index.

Retrouvera-t-on un jour ce plateau amovible et son alidade?

Nota : A propos des trois plots, on peut aussi de demander pour quelle raison ils sont disposés aux sommets d'un triangle équilatéral ayant subi une rotation d'environ 30° dans le sens direct par rapport à la méridienne de la table. En effet, toutes les positions de ce triangle peuvent convenir. Or on remarque que la médiane du triangle aboutissant au côté opposé au plot Nord, passe aussi par le milieu de la base du style (centre astronomique du cadran, si le style était mince) Pourquoi pas ?

12 - M4 :

Il s'agit d'un ensemble plus complexe qu'une « simple » courbe en huit méridienne. La largeur du style est ici voulue pour tirer partie du segment créé par l'ombre horizontale de son extrémité. Cette ombre est un segment qui se déplace perpendiculairement à l'axe autour du midi vrai.

Sous le style figure la mention en latin : « SACERDOS IN AETERNUM » (c'est à dire « Prêtre pour l'éternité ») ainsi que le croquis d'un calice marqué traditionnellement « IHS ».

La courbe en huit classique, qui correspond à celle de midi, est ainsi découpée en quatre parties et agrémentée d'un calendrier occupant les quatre colonnes centrales. Pour comprendre la construction, ce motif a dû être complètement recalculé, ce qui a permis de tracer le schéma de principe de la figure 14.

Compte tenu de la largeur du style, on doit donc considérer deux portions de méridienne, l'une centrée sur C_E et l'autre sur C_W .

L'ensemble comprend 8 colonnes notées de droite à gauche : A, B, C, D, E, F, G, H, chacune d'entre elles se divisant en deux parties selon que l'on se trouve au sud ou au Nord du point de croisement de la courbe en huit.

12 – 1 : La courbe en huit de M4 :

Elle est contenue dans les deux colonnes extrêmes A et H. En remontant à droite de bas en haut, on trouve dans la colonne A à l'ouest la partie de la courbe de l'équation du temps du 23 décembre au 16 avril. Cette courbe est centrée sur la ligne de midi passant par C_W à l'Ouest.

Ensuite la portion de courbe située entre le 16 avril et le 21 juin est centrée sur C_E à l'Est dans la colonne H.

En descendant du solstice d'été vers le solstice d'hiver, on trouve, de nouveau à l'Ouest, la portion de courbe du 21 juin au 1^{er} septembre dans la colonne A (Ouest), puis dans la colonne H jusqu'au solstice d'hiver.

12 – 2 : Le Calendrier de M4:

Les quatre colonnes CDEF sont consacrées au calendrier avec les jours numérotés de 1 à 25 de 5 en 5.

Toujours en remontant à l'Ouest à partir du solstice d'hiver, on trouve dans la colonne D, les jours des mois de Janvier, Février et Mars ;

Comme nous l'avons vu le mois d'Avril est à cheval sur les deux colonnes D et E, avec les jours en colonne F, puis on passe en Mai et Juin à cheval sur les colonnes C et F.

En redescendant, le mois de juillet est en haut de la colonne D et ses jours en colonne C. le mois d'août fait repasser dans les colonnes E et F, puis en Septembre, Octobre, Novembre et Décembre. Les solstices d'hiver et d'été sont respectivement notés au 22 décembre et au 21 juin.

Les deux colonnes B et G indiquent les longitudes écliptiques du soleil de 0° à 360° (coordonnées géocentriques) dans le sens direct ainsi que les signes du zodiaque correspondants. Ici on voit encore l’empreinte de l’astrologie dans les années de construction, car il n’est pas fait mention d’OPHIUCIUS en novembre.

Ainsi, en colonne B en partant de l’équinoxe de printemps (0°), on remonte de 10° en 10° jusqu’au solstice d’été (90°) avec le BELIER et le TAUREAU.

Ensuite on descend en colonne G de 90° à 180° avec le LION, la VIERGE et la BALANCE, puis de 180° à 270° avec le SCORPION et le SAGITTAIRE.

Enfin, on remonte en colonne B de 270° à 360° avec le CAPRICORNE, le VERSEAU et les POISSONS. Seul, les signes des GEMEAUX (Mai) du CANCER (Juin) n’ont pu être mis sur le graphique à cause du manque de place.

12 – 4 : La lecture de la méridienne :

Comme nous l’avons vu, la courbe en huit est donc divisée en quatre parties. Lorsque l’on lit le midi vrai sur la méridienne, il faut bien avoir en tête de quelle partie il s’agit.

Ainsi, entre le 22 décembre et le 16 avril, il faut prendre l’ombre du sommet S_W du style qui correspond au côté C_W sur la portion de courbe Nord-Ouest.

Entre le 16 avril et le 21 juin, c’est l’ombre de S_E (côté C_E) sur la portion Sud-Est, et entre le 21 juin et le 1^{er} septembre il faut considérer à nouveau l’ombre de S_W , puis au delà l’ombre de S_E .

13 - La couronne extérieure :

Cette couronne contient les repères et les noms d’environ 90 contrées et villes du monde. Elles sont repérées par leur longitude, donc leur décalage horaire. Comme il se doit, sur un tel cadran ayant un style épais, les graduations Nord-Ouest et du Sud-Est convergent vers C_W , celles du Sud-Ouest et du Nord-Est vers C_E . Les diverses longitudes de la table peuvent être comparées à celles connues aujourd’hui. Bien que beaucoup de lieux soient bien situés, il ne faut pas prendre à la lettre les diverses longitudes lointaines qui peuvent parfois s’écarter de plus de 5° de leur vraie valeur, comme par exemple ERZEROUM qui est donnée pour 46°16’ au lieu de 39°15’ (par rapport à Paris). Cela montre que le problème des longitudes n’était toujours pas maîtrisé entre 1850 et 1870.

On peut aussi noter que les longitudes multiples de 5° (soit un décalage horaire multiple de 20 minutes) à partir de Mézières sont également inscrites sur cette couronne extérieure. (Seule la première de ces valeurs apparaît en bleu dans les tableaux ci-après)

Ainsi, on peut lire vers l’Est dans le sens horaire entre le Nord et la latitude de +87°37’14’’(centrage des graduations sur C_E) :

Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu	Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu
E 2°22’46’’	E 2°23’	MEZIERES	W40°52’	W 40°49’	SAN-SALVADOR (7)
2°22’	E 2°1’	BRUXELLES	W 45°5’51’’	W 45°32’	RIO JANEIRO
0°		PARIS	W 48°19’	W 48°58’	St PAUL BRESIL(8))
W 2°26’	W 2°27’	LONDRES	W 51°	W 50°51’	Ile Ste CATHERINE
2°37’14’’	-----	-----	W 54°55’	W 54°39’	CAYENNE
W 2°59’	W 2°59’	ORAN	W 58°55’	W 58°26’	MONTE VIDEO Uruguay
W 5°55’	W 5°62’	MADRID	W 60°51’	W 60°42’	BUENO-AIRES
W 6°49’	W6°49’	BREST			EST
W 8°58’	W 8°36’	DUBLIN	W 69°5’	W 68°58’	FREDERICKTOWN Amer.
W 9°55	W 9°55’	MAROC	W 70°6’	W 69°33’	CAP HORN
W11°28’	W11°28’	LISBONNE	W 72°13’	W 73°34’	QUEBEC CANADA

W12°40'	W19°17'	ILE de MADERE	73°37'14''		PEROU
W 16°11'	E 16°19'	DANTZIC (4)	W 74°59'	W 73°57'	VALPARAISO CHILI
W 19°54'	W 20°19'	MERIDIEN île de FER	76°18'	W 76°20'	NEW YORK
23°	24°15'	REIKIVIK ISLANDE (5)	W 79°10'	W 79°22'	LIMA PEROU
W 30°30'	W 30°53'	PIC des ACORES	80°15'	W 80°51'	QUITO COLOMBIE
W 37°30'	W 37°11'	OLINDE BRESIL (6)	84°45'	W 84°42'	LA HAVANE Ile de Cuba

(4) Lorsqu'on cherche DANTZIC à cette longitude on tombe soit dans l'océan Atlantique, soit sur l'extrémité Est de l'Islande (vers Dalatangi) ou encore sur le bord Ouest de l'Afrique...mais aucun « DANTZIC » n'y figure. D'après les clichés il n'y a pas d'erreur de lecture sur ce nom et si l'on cherche à la même longitude, mais à l'Est, on trouve cette fois la ville de DANTZIG (aujourd'hui GDANSK) située à la longitude E 16°19'. Donc il semble bien qu'il y ait une erreur de signe sur la longitude et que la position de cette ville soit erronée sur la couronne.

(5) probablement REYKJAVIK en Islande ; (6) OLINDA(Brésil) ; (7)SALVADOR – Brésil ; (8) SAO PAULO (Brésil)

Dans le sens direct, entre le Nord et la latitude de 92°22'46'' (centrage des graduations sur C_W), on lit :

Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu	Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu
0H9'31''4''		AVANCE SUR PARIS	E 32°46'	E 32°56'	St JEAN D'ACRE
3°22'46''			E 33°41'	E 32°52'	JERUSALEM
E 4°14'	E 4°16'	CONSTANTINE	E 35°12'	E 35°17'	MOSCOU
E 5°24'	E 5°24'	STRASBOURG	E 33°20'	E 33°58'	DAMAS
E 8°42'	E 8°55'	FLORENCE	40°40'	E41°	Détroit BAB EL MANDEB
E 10°8'	E 10°8'	ROME St PIERRE	E 43°50'	E 42°27'	TIFLIS (10)
E 11°6'	E 11°4'	BERLIN	E 46°16'	E 39°15'	ERZEROUM
E 14°2'	E 14°2'	VIENNE	E 48°31'	E 49°5'	TEHERAN
E 15°45'	E 16°43'	STOCLHOLM	50° A 60°	E 50° à 70°	NOUVELLE ZEMBLE
E 16°5'	E 16°5'	LE CAP	E 60°52'	E61°4'	RODRIGUEZ(11)
E 18°45'	E 18°40'	VARSOVIE	E 63°21'		KELAT BELOUKISTAN
E 21°25'	E 21°23'	ATHENES	E 65°46'	E 65°55'	TOBOLSK
E 22°35'	E 22°58'	CANDIE (8)			OUEST
E 23°7'	E 22°56'	WILNA POLOGNE	E 71°25'	E 71°29'	GOA INDOUSTAN
E 25°	E 24°47'	SMYRNE (9)	E 74°49'	E 74°45'	DELHY INDOUSTAN
E 26°35'	E 26°38'	CONSTANTINOPLE	E 77°28'	E 77°30'	PONDICHERY
E 27°58'	E 27°58'	St PETERSBOURG	E 80°42'	E 80°37'	BANARES INDOUSTAN(12)
E 29°16'	E 29°14'	LE CAIRE	E 89°30'	E 88°48'	LASSA CHINE

(8) Heraklion ; (9) Izmir – Turquie ; (10) Tbilissi –Georgie ; (11) Ile Maurice ; (12) aujourd'hui Vârânași - Indes

Toujours dans le sens direct, entre la latitude 92°22'46'' et le SUD (centrage des graduations sur C_E), on peut lire :

Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu	Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu
E 93°32'	E103°40'	AVA INDOCHINE(13)	E 114°7'	E 114°4'	PE-KING (19)
	E 95°7' (14)	Pays des SAMOYEDES	E 118°	E118°38'	MANILLE INDES (20)
E 98°30'	E 97°30'(15)	SIAM INDES	E 124°A 127°	E 127°34'	Iles MOLUQUES(21)
E 99°45'	E 98°	MALACCA INDES	E 137°40'	E 137°30'	YEDO JAPON (22)
E 104°22'	E 104°19'	SAIGON (16)	E 148°30'	E 148°52'	SYDNEY
E110°53'	E110°55'	KAN-TONG (17)		E 157°49'	Iles SALOMON
E 113°41'	E 116°27'	NANG-KING (18)	E 171°	E 172°36'	Nelle ZELANDE

(13) Il doit plutôt s'agir de JAVA Indonésie) ; (14)Région de Russie- ici longitude de Ienisseï ; (15) Thaïlande, ici longitude de Bangkok ;(16)Ho-Chi-Minh-ville ; (17) Canton (Chine) ; (18) Nankin ; (19) Pekin ;(20) Philippines ; (21) probablement îles Banda – Indonésie ; (22) Tokyo

Et enfin, en continuant entre le Sud et la latitude 87°37'14'' (mais centrage des graduations sur C_w) :

Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu	Longitude Rasquin	Longitude 2009	Lieu
W 170°	W 168°30'	BERING	112°37'14''		MEXIQUE
		Iles de l'OCEANIE	W 105°	W104°54'	XALISCO (23)
		De la CALIFORNIE	W 101°27'	W 101°56'	MEXICO
152°37'14''		-----	W 100°22'	W 100° 34'	PUEBLA
W 140°		NOUV..ELLE...BRETAGNE	W 93°45'	W 93°33'	GUATEMALA(24)
		ETATS UNIS	W 89°	W 88°29'	INDIANAPOLIS

(23) Zacatecas –Mexique ; (24) Ville de Santa Catarina

L'examen de cette table de JB-Rasquin nous a donc fait découvrir des éléments nouveaux :

- Le style épais dont le sommet horizontal améliorerait la lecture de la méridienne
- La précision du cadran principal
- La méridienne en quatre parties, agrémentée d'un calendrier et d'un parcours du zodiaque
- Le cadran Soli-Lunaire donnant l'âge précis de la Lune
- Une table des Epactes réelles avec les formules et calculs correspondants
- Un cadran « judaïque » avec les heures de la Passion explicitées en latin
- Plus de 90 lieux avec leur longitude

Nous avons analysé l'ensemble des 13 motifs de cette table exceptionnelle, trouvé aussi quelques erreurs, mais nous n'avons pu déterminer si elle renfermait vraiment 2000 problèmes d'astronomie comme l'annonçait son auteur, aussi nous laissons au lecteur le soin de les découvrir.

ANNEXES

Annexe 1 – Le tableau M1

L'épacte dite « officelle » donne les valeurs arrondies de l'épacte en chiffres romains. Ici, l'épacte est calculée avec les données suivantes :

Année Tropicque : 365,242264

Lunaison : 29,5305885

Année lunaire : 354,367062

$N = A + 1$ (N : nombre d'or ; A : n° de l'année)

Dans le tableau ci-dessous on trouvera les valeurs lue sur M1 ainsi que les valeurs calculées. On constate par moment des écarts sur les parties décimales qui doivent probablement être dues à des erreurs de transcription car la plupart des valeurs est correcte.

EPACTE OFFICIELLE	0	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII
EPACTE	0,0000	10,8752	21,7504	3,095	13,9702	24,500	6,1898	17,0652	27,943
CALCUL	0,0000	10,8752	21,7504	3,095	13,9702	24,8454	6,1900	17,0652	27,9404
NOMBRE D'OR	1	2	3	4	5	6	7	8	9

EPACTE OFFICIELLE	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII
EPACTE	9,2850	20,1602	1,5048	12,3680	23,2352	4,5998	15,4750	26,3502	7,6949	1,5701
CALCUL	9,2850	20,1602	1,5048	12,3800	23,2552	4,5998	15,4750	26,3502	7,6949	18,5701
NB D'OR	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Annexe 2 – Cadran G3

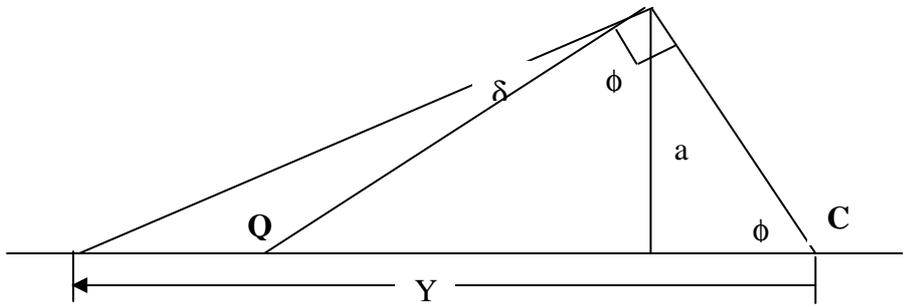
Le long des lignes horaires de ce cadran lunaire, on peut lire les indications suivantes :

Ligne horaire	Jour de la Lune	Ligne horaire	Jour de la Lune
1	1,2304411	13	15,9957343
2	2,4608822	14	17,2261764
3	3,6913233	15	18,4566175
4	4,9217644	16	19,6870586
5	6,1522055	17	20,9174997
6	7,3826471	18	22,1479413
7	8,6130882	19	23,3783824
8	9,8435288	20	24,6088223
9	11,073904	21	25,8392644
10	12,304411	22	27,0697057
11	13,5348525	23	28,3001665
12	14,7652942	24	29,5305885

Ces valeurs correspondent aux multiples de 1,2304411 à peu de chose près.

Annexe 3 : - Mesure du style droit

Pour que les mesures aient un sens, il convient de les prendre dans le plan de la table. Par ailleurs, compte tenu de l'obliquité du cliché, on ne voit pas le pied du style droit, ce qui nous amène à prendre les centres C_W et C_E comme origine.



La distance Y comprise entre le centre C du cadran et l'équinoxiale est donnée par

$$Y = a [1/\text{tg}\phi + \text{tg}(\phi - \delta)]$$

Pour le point Q (intersection de l'équinoxiale avec la ligne de midi) on a $\delta = 0$, d'ou

$$Y_Q = a (1 + \text{tg}^2\phi) / \text{tg}\phi = a / \sin\phi \cdot \cos\phi$$

Sur un cliché corrigé en perspective, on mesure $Y_Q = 59$ mm pour un diamètre de la table de 183 mm. Comme son diamètre réel est de 990 mm, on trouve $Y_Q = 319$ mm
 Pour $\phi = 49^\circ,75$ cela donne $a = 157$ mm





INFORMATIONS DIVERSES



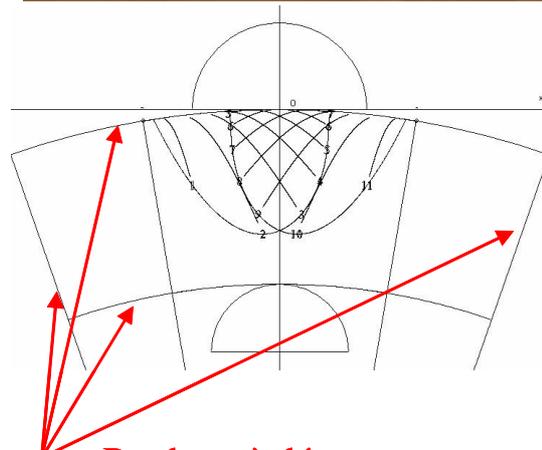
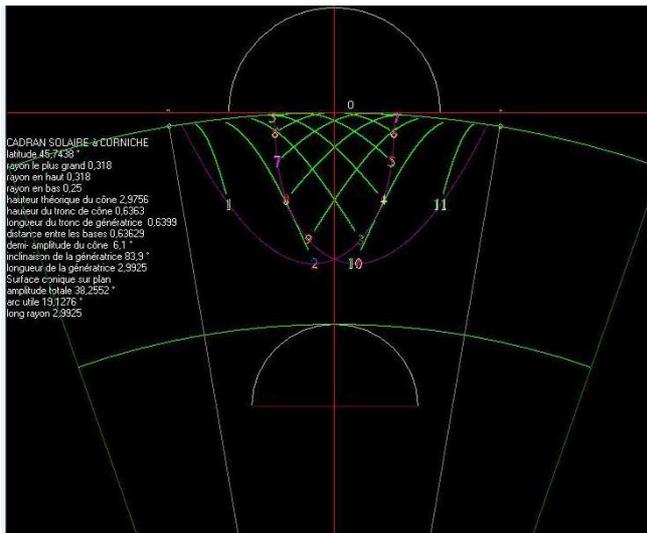
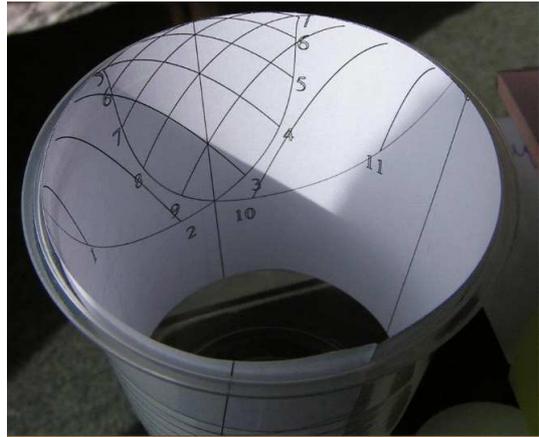
° Les dernières réalisations:

- **Riccardo ANSEMI:**

• **Un petit cadran à corniche**

Après le plus grand cadran à corniche sur un barrage hydraulique (réf CI n° 20 et 21), Riccardo s'est lancé dans la confection d'un petit cadran à corniche réalisé sur la surface conique d'un gobelet en plastique (photo de droite).

Pour cela il a réalisé un logiciel permettant de transformer les coordonnées rectangulaires 3D en coordonnées rectangulaires bidimensionnelles, de façon à pouvoir imprimer le graphisme directement sur une feuille A4. Puis, avec l'aide ciseaux, il a découpé le pourtour du dessin.

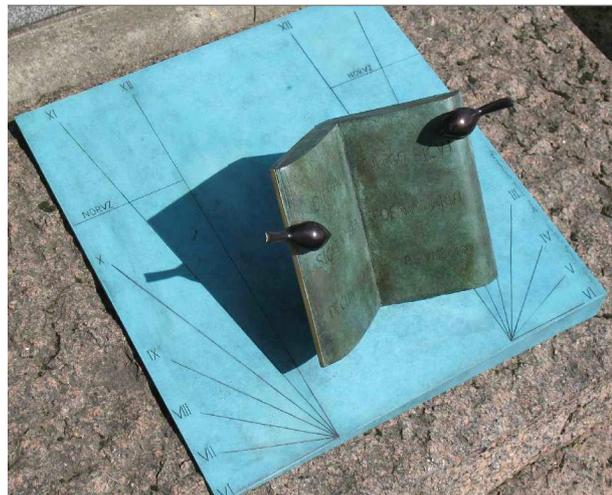


Bordures à découper

- **Denis SAVOIE :**

• **Le livre du temps?**

Voici un cadran original en bronze, imaginé par D. Savoie. L'auteur l'a installé le 28 avril 2010 sur la tombe parisienne d'un ami médecin (en bonne santé).



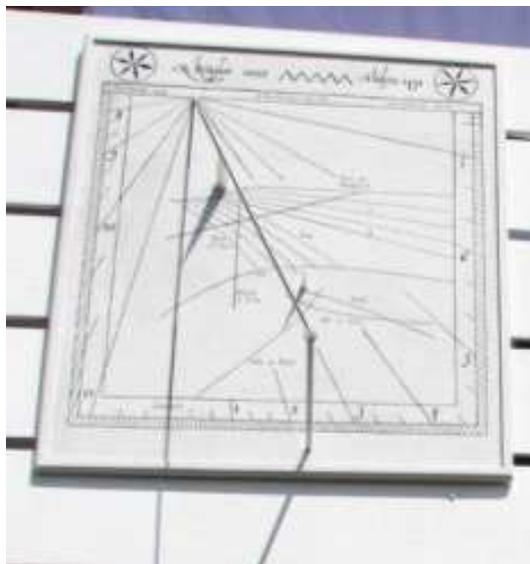
- Reinhold R. KRIEGLER :

• Le livre du temps?

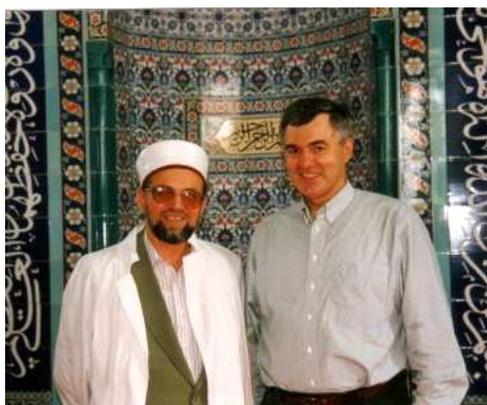
Depuis longtemps Reinhold R.Kriegler rêvait de réaliser un cadran islamique. Sur les calculs et le tracé de Gianni Ferrari, il vient de réaliser son cadran Ottoman sur la mosquée Fatih à Bremen (53°07' N).

Le dessin comportait les indications suivantes:

- Un cadran en temps solaire gradué en heure, 20 et 4 minutes (15,5,1 degrés d'angle horaire). La ligne de midi coïncide avec le "Zawaal time" (la prière Zuhr). La ligne commence en G0.
- La ligne méridienne du cadran est également la ligne de midi du cadran ayant G1 comme gnomon.
- 7 courbes pour la prière du Asr. Intervalles de 20 minutes (5° d'angle horaire).
- La courbe du second Asr (gnomon G2)
- 7 courbes pour les heures du lever du soleil. Intervalle de 20 minutes. Prières maghrébides.
- Une courbe pour la prière du Fajr (gnomon G2)
- Une courbe pour la prière du Isha (gnomon G2)
- Une ligne pour la Quibla
- les longueurs des gnomons horizontaux
- la ligne du style polaire. Ces styles viennent de G0 jusqu'à G1



Le cadran a été installé le samedi 18 avril.



⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe: l'article complet en anglais de RR. Kriegler: "Illuminated article text.pdf" et des explications en français de G.Ferrari: "Le Cadran Solaire Ottomane de Brême c". Vous pouvez également vous rendre sur le site de l'auteur: www.ta-dip.de ou sur les pages <http://www.ta-dip.de/fatih-moschee.html> pour d'autres explications sur l'aventure.

◀ R.Kriegler et Hodscha Sükrü Kural



° Gnomonique du Monde

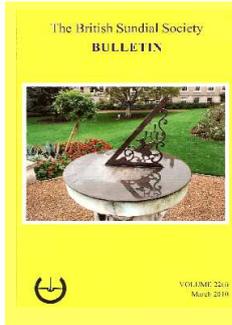
- Sommaires des dernières revues ou bulletins:



Arbeitsgruppe sonnenuhren im Österreichischen Astronomischen Verein N°39 Juillet 2010 (papier) de la **GNOMONICAE SOCIETAS AUSTRIACA GSA**

2 Editorial, anschrifteln, Termine; 3 Eine Sonnenuhr aus dem Jahre 1583, .Petueli und W.Hofmann; 6 Die Meridian aim, Edificio di Borsa in Triest, P.Albéri-Auber; 11 Unterwegs zu Sonnenuhren in den Alpen, W. Sullivan; 14 Die Lûdersche Sonnenuhr von 1765 in Bützow, A.Zenkert; 15 Leander Russ (1809-1864), W.Hofmann; 15 1001 lateinische Sinnsprüche und Inschriften auf europäischen Sonnenuhren, V.2,P.Kunath; 16 Zum Nachdenken, F.Vrabec.

◦ ◦ ◦ ◦ ◦



VOLUME 22(i) – Mars 2010 (papier) de la **BRITISH SUNDIAL SOCIETY**

2. The Restoration of Egnazio Danti's Astronomical Quadrant on the Santa Maria Novella Basilica in Florence - Simone Bartolini & Marco Pierozzi; 9 Book Review – Baxandall; 10. New Dials - Dmitriev, H James, JD Il. Archibald Handasyde; 12. An Equatorial Analemmatic and Calendar Sundial, Alicante, Spain - Douglas Bateman; 13. Postcard Potpourri 15-Marsh Court, Stockbridge, Hampshire - Peter Ransom; 14. The English Scratch & Mass Dial Era: Origins to c.1250 - Chris HK. Williams 18. The Dial Designed for Church Street, Sheffield, by E A Pippet - Mike Cowham; 15. Holiday Sightings (1) - David Payne; 16. Readers' Letters - Gunella, Lowne, Wood, Bateman, Williams; 17. Holiday Sightings (2) - Eddie French; 18. Thomas Tuttell's Playing Cards - John Davis 28. Dial Dealings 2009 - Mike Cowham; 32. Sundial Slides for Magic Lanterns - Peter Ransom; 34. The Only 'Mass Dial' in Greece - E. Theodossiou & VN. Manimanis; 37. Holiday Sightings (3) - Robert Sylvester; 38. The Voortrekker Monument, Pretoria, South Africa - Malcolm Barnfield; 39. West Indies Dials in Gloucestershire - Tony Wood & Jill Wilson; 40. The Noel Ta' Bois Fixed Dial Archive - John Foad; 44. A Simple Sun dial Maker in South Africa - Henk van der Ham 46. Question 87 from The Ladies' Diary - Peter Ransom; 47. Mystery Dials - John Foad; 48. Photographer's Dial-Part 2 - Tony Belk

o o o o o



MITTEILUNGEN N° 121 Printemps 2010 (papier) de la **DEUTSCHE GESELLSCHAFT für CHRONOMETRIE**

Articles concernant les cadrans solaires:
Überprüfung der Standortbreite von vertikalen Süduhren und Horizontaluhren anhand von Datumslinien par O. Feustel (page 12)

o o o o o



GNOMONICA ITALIANA N° 20 Mars 2010 (papier) de la **COORDINAMENTO GNOMONICO ITALIANO - CGI**

La posta, redazione di GI 2; Le origini della gnomonica "Calcolata" par A. Gunella 3 (référence à Ptolemy'Analemma donné dans le livre de Commandino de 1562 et à la "construction et l'interprétation d'un analemma" par Daniel Barbaro en 1567); Itinari gnomonici par R. Baggio 6 (promenade en bordure de la mer adriatique); La Meridiana e l'alberto dei volontari par M. Ricci 10; Curiosità gnomoniche par R. Anselmi 10 (article doublé en français) (description d'un cadran solaire de type bifilare dont le style est composé d'un hémisphère et d'une tige); Restauri par M. Arnaldi 17; Il Quadrante Astronomico par S. Bartolini 19 (description et calculs du cadran astronomique de 1572 sur Santa Novella à Florence); Rassegna Stampa par A. Gunella 28; Recensioni par M. Arnaldi 32; XVI Seminario di Gnomonica par E. Del Favero 33; L'astrolabio lineare di al-Tusi 36 (historique et usage de l'instrument islamique à l'époque médiévale); I Quiz par A. Nicelli 44; Eventi par F. Garnerio 46; Le Ombre del Tempo par M. Antiga 48; (G.Mestturini, premier prix du concours international "Le ombro del tempo" et J. Pakhomoff/J. Robic tous les deux troisième prix, sont des membres de la CCS. Le deuxième prix est attribué à L L Asencio de Murcia-Espagne)



GNOMONICA ITALIANA N° 21 Juillet 2010 (papier)

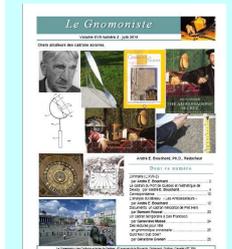
2 - Le ore 'da campanile': quale origine? Massimo Goretti; 6 - Progetti, Redazione di GI; 10- Una parola 'definitiva' nello studio grafico del diagramma degli ascendenti? Alessandro Gunella; 17 - Spunti per la didattica, Maria Luisa Tuscano; 19 - L'armilla equinoziale sulla facciata di Santa Maria Novella Simone Bartolini; 28 - Quiz, Alberto Nicelli; 30 - Dallibro di Giovanni Benedetti De gnomonum umbrarumque solarium usu, Torino 1574 Alessandro Gunella; 33 - Itinerari gnomonici, Roberto Baggio; 37 - L'orologio solare bifilare con sfera risolto con la trigonometria sferica Riccardo Anselmi; 42 - Rassegna Stampa, Alessandro Gunella; 45 - Renzo Righi arriva secondo: il primo era un Gesuita del '700 Alessandro Gunella; 49 - Recensioni, Mario Arnaldi

o o o o o



LE GNOMONISTE Volume XVII-1 Mars 2010 (A télécharger sur le site: http://cadrans_solaires.scg.ulaval.ca/) de la **COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC**

La page titre 1; Liminaire (L: XVII-1) par André E. Bouchard 2; Les codes invisibles d'un cadran analemmatique par André E. Bouchard 4; Correspondance par les amateurs 13; Le cadran Turnbull de Corpus Christi et ses doubles par André E. Bouchard 17; Un colloque à Florence en Italie par Sara J. Schechner 22; Des lectures pendant des vacances de fêtes Poésies gnomoniques par Mélanie Desmeules 23; Les revues: La Busca de Paper, The Compendium, Scaphè



LE GNOMONISTE Volume XVII-2 Juin 2010

Liminaire (L:XVII-2) par André E. Bouchard 2; Le cadran du Port de Québec et l'esthétique de Deway par André E. Bouchard 4; Correspondance 10; L'analyse du tableau « Les Ambassadeurs » par André E. Bouchard 12; Documents: un cadran hélicoïdal de Piet Hein par Bernard Rouxel 2; Un cadran temporaire à San Francisco par Geneviève Massé 24; Des lectures pour l'été en gnomonique universelle 25; Quid Novi Sub Sole? par Géraldine Grenen 26.



"THE COMPENDIUM vol 17-2 Juin 2010" (sur CD) de la **NORH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters – Meridian Lines Robert L. Kellogg 1; In Search Of Significant Alignments Barry Duell 5; Quiz: Chipchase's Return Fred Sawyer 14; Sightings... At Kitt Peak Observatory Fred Sawyer 15; Quiz Answer: Ashton's Comeuppance Fred Sawyer 16; A Prison Sundial The Genesee Farmer 17; The Linear Astrolabe of al-Tusi – Gnomonic Applications Massimo Goretti 18; An Epigram Trajan 26; Error Analysis Of A Monumental Garden Variety Sundial Roger Bailey 27; A Note On Solar Declination Calculations James Morrison 33; The Ring Dial Alessandro Gunella 36; The Tove's Nest 39; Digital Bonus 40



SCAPHE N° 3 Hiver 2009 (sur papier) du **CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL**

Relojes canònics con numeraciòn (3e partie); El rellotge de sol dei pantà de Rialb; Rellotges de sol en el Modernisme Català; La filatelia y la gnomonica-IV; Cromlech de Mas Baleta III; Londres: Patrimoni Gnomènic; Recorregut per la població de St.Julià de Vilatorca; Catàleg de rellotges de sol de Menorca; Agenda Resum d'activitats; Incorporacions al catàleg dei CMRS



La BUSCA de PAPER N° 65 Primavera 2010 (CD et papier) de la **SOCIETAT CATALAN DE GNOMONICA**

Editorial 3; Correus de Socis i Amics 4; Agustí Canelles (1765-1818): Tan polifacètic com desconegut (I), per L. Tomàs 5; D'interès: López Asensio 2n Premi de "Le Ombre del Tempo" 8; Rellotge de sol bifilar de doble catenària, per R. Soler 9; Nou president de la CCS de la SAF: Ph. Sauvagéot 13; Una cronologia de la cronometria (IV), per E. Farré 14; El rellotge de sol de la presa de Castillon, per D. Savoie 17; Ressenyes 25; Textos en castellano 26; D'interès: Es diposita el fons documental de la SCG en l'IES-SEP La Mercè 35.

La BUSCA de PAPER N° 66 Estiu 2010

Editorial 3; Correus de Socis 4; Benvingudes les col·laboracions. Una guia 4 Agustí Canelles (1765-1818): Tan polifacètic com desconegut (II) per L. Tomàs 5; D'interès: Excursió de la SCG a la Serra de Busa 7; Quadrant solar de lectura directa, per R. Bargalló 8; Rellotge de sol de Can Miravitges, per J. Nogué 10; Quadrants en una superfície qualsevol, per R. Soler i Gayà 11; Traçat d'un rellotge de sol analemmàtic, per Dept. Ed. Visual i Plàstica, Inst.J. Almera 14; "Gnomònica" any 1991, per J. Vázquez 16; Una cronologia de la Cronometria (V), per E. Farré 18; Per a navegants 21; El rellotge de sol de la façana nord de la Masia Mariona, per J. Girbau

22; La Meridiana Monumental de Negrar, per G. Ferlenga 25; Meridiana de cambra fosca de temps mitjà i temps vertader a Benissa, per A. Cañones 28; Un rellotge de sol polar de 200 metres, per E. Farré 30; Trobada gnomònica a Otos, per C. Bou 31; Textos en castellano 32; Reportatge fotogràfic de la trobada a Otos 39.



"De ZONNEWIJZERKRING voor belangstellenden in de gnomonica bulletin 2010.2 n° 103 mai (papier)

Excursie zaterdag 19 juni, vd. Beld, Verschuuren i; Vergaderdata, Secretariaat 2; In Memoriam Bert Coelman, Secretariaat 3; Help mee met de Zonnewijzerkring website, Secretariaat 3; Biblioteca Digitale Gnomonica 'Le Fonti', F.J. de Vries 4; Zonnewijzeroute en Kunstmanifestatie, Deil, HJ. Hollander 4; Bijeenkomst Utrecht, 9 januari 2010, Secretariaat 5; Jaarvergadering Utrecht, 20 maart 2010, Secretariaat 8; Kroniek 2009 van de Zonnewijzerkring, Secretariaat 11; Jaarcijfers 2009 en begroting 2010, Penningmeester 12; Het Lineaire Astrolabium van Sharaf al-Dīn al-Tūsī, Bob Franken 14; Nieuw astrarium 'De Dondi' in Asten, persbericht museum 29; Planetenuren op andere zonnewijzers, F.J. de Vries 30; Literatuur door A. van der Hoeven, F.W. Maes en, D.L.J.M. Verschuuren 32; Contents of Bulletin 103, May 2010, R. Hooijenga 50; Kleurenpagina's bij B103, redactie 55.

Toutes les revues publiées sur papier sont scannées. Les articles qui vous intéressent peuvent vous être adressés au même titre que ceux sur support numérique. Pour se procurer des articles, s'adresser à Ph. Sauvageot.

- ° Si vous avez une adresse mail et l'ADSL, les dossiers peuvent vous être envoyés gratuitement par courriel. Pour un nombre de pages important l'envoi se fera sur CD (prix d'un CD vierge + frais d'expédition).
- ° Si vous n'êtes pas informatisé, une photocopie peut être réalisée. Prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant poids.

- Informations des sociétés gnomoniques:

° **Italie:**
Création d'une "bibliothèque digitale internationale de gnomonique" (réf: la revue **Gnomonica Italiana** Anno VII, numéro 21 Juillet 2010, page 8 :

Le site:
<http://www.nicolaseverino.it/Siti%20Web/Biblioteca%20digitale%20Le%20Fonti.htm>

Vous trouverez des liens, des livres de gnomonique (classés par siècles), des traités sur les astrolabes...



Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique. This heading is open at every gnomonic society



° Réponses aux questions (D. Savoie)

- L'heure et le chemin de fer de la fin XIX^{ème} au début du XX^{ème} siècle.

Afin de répondre à un de nos membres, Denis Savoie a consulté tous les "Rapports Annuels de l'Observatoire de Paris", de 1880 à 1917. Il s'agit de documents officiels de l'Etat. Denis rappelle que l'Observatoire de Paris possédait un service de l'heure chargé de diffuser l'heure officielle en France.

<<Dès 1880, la ville de Rouen a été reliée à l'Observatoire de Paris via la télégraphie à fil pour la diffusion de l'heure à partir d'une horloge étalon (il y en eu plusieurs au fil des années à l'Observatoire). Mais cette méthode de diffusion de l'heure ne rencontra pas a priori un grand succès et plusieurs directeurs de l'Observatoire regrettent que la diffusion du temps en province ne connaisse pas un grand succès ! En effet, seulement quelques villes furent reliées à Paris : Rouen, Le Havre, St Nazaire, La Rochelle, Chambéry et Nancy. Ce service de diffusion de l'heure via la télégraphie, qui débuta en 1880 comme je l'ai dit, fut arrêté définitivement le 31 décembre 1910 pour être remplacé par la radiotélégraphie.

Dans son "Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1888", établi par le Contre-Amiral Mouchez (directeur de l'Observatoire), on lit p. 16-17 : "Les quatre seules villes qui aient accepté notre offre de l'envoi télégraphique de l'heure : Le Havre, Rouen, La Rochelle et Nancy, ont reçu régulièrement les signaux conventionnels, tous les dimanches à 9 h du matin pour les trois premières vielles, tous les premiers dimanches de chaque mois pour Nancy".

[...] "Si l'on veut se borner à la solution pratique pour les besoins de la vie courante, c'est à dire donner l'heure de Paris à moins d'une minute près, le réseau des chemins de fer donne une solution aussi simple qu'économique. [...] Actuellement, les horloges des gares de province sont réglées par des employés spéciaux, qui

parcourent les lignes à certaines époques fixes avec un chronomètre de poche réglé à Paris.



Horloge de quai (PLM) vers 1890

L'envoi télégraphique ou téléphonique de l'heure serait plus exact et plus simple. La très grande quantité de gares de provinces réparties aujourd'hui sur toute la surface du territoire permettrait facilement aux localités qui en sont dépourvues de se procurer l'heure à la gare la plus voisine. [...] A toutes les propositions officielles, à toutes les tentatives particulières que j'ai faites pour envoyer l'heure exacte de l'Observatoire aux ports de mer et aux principales villes de France, on a toujours répondu qu'on n'en avait pas besoin; qu'on connaissait suffisamment bien l'heure de Paris par l'horloge des chemins de fer, et que le prix d'une pendule de précision, de son entretien et de l'échange des signaux était trop élevé pour qu'on pût l'accepter. Le signal de l'heure exacte, qui serait cependant si utile aux ports de mer pour régler les chronomètres de marine, a été également refusé par eux. Il est possible aussi que des intérêts privés, comme ceux des horlogers des ports, qui bénéficient de ce service, aient beaucoup contribué aux refus que nous avons éprouvés; mais il en résulte que, si l'on voulait établir dans toute la France la répartition de l'heure exacte de l'Observatoire de Paris, à l'Etat seul en incomberaient tous les frais, qui seraient certainement considérables, pour ne donner qu'un bien faible surcroît d'utilité sur l'heure vulgaire des gares de chemin de fer, donnée gratuitement partout à la minute près. [...] . Mais il serait très nécessaire de supprimer la différence actuelle de 5 min donnée entre l'heure extérieure et l'heure intérieure des gares, sous le prétexte bien puéril de prémunir les voyageurs contre le manque d'exactitude de leur montre ou de leurs habitudes. Pour les personnes, et les étrangers surtout, qui ne connaissent pas cet usage singulier, ce n'est qu'une cause d'erreur et de trouble".



Montre-Gousset de mécanicien (MFCF)
1880 - 1890

Voilà donc des informations intéressantes sur la diffusion de l'heure en France notamment via les chemins de fer; ceci réfute l'affirmation infondée de R. R. J. Rohr, qui a écrit dans "Les Cadran solaires", 1986, p. 30 (p. 36 dans l'édition de 1965) "certains réseaux de chemin de fer se sont servi de cet instrument (un équatorial) pour assurer le réglage des montres

de leurs gares". Cette affirmation remonte en réalité à R. N. et M. Mayall, Sundials, qui, dans leur édition de 1938, écrivaient (p. 23) : "This is the type of dial used by the railroads in France, for setting watches, as late as 1900".

On sait maintenant que des employés des chemins de fer parcouraient le réseau avec un chronomètre de poche réglé sur l'heure de Paris>>>.

(Photos issues de "Le Patrimoine de la SNCF et des chemins de fer français Tome I Flohic-Editions)

- Le cadran solaire HELIOS

Un correspondant de Bretagne qui possède de un cadran solaire Hélios fabriqué par M BOBIN, 80, rue de la Tour à PARIS 16^{ème}, maison qui n'existe plus, demande des explications sur ce cadran présenté dans un coffret en bois et composé : D'un chevalet en métal, le cadran par lui même, un dispositif de « fente », d'un pied en forme de T avec trois vis, d'un réglet, d'une lame avec gaine et vis et d'un étrier avec vis, ainsi qu'un miroir. Il manquerait un niveau d'eau. Voici la réponse apportée par D. Savoie:

<<Il s'agit d'un cadran équatorial de temps légal à face unique : celle tournée vers le Nord. En automne et en hiver, il faut installer un miroir convexe (que l'on voit dans le nécessaire de la boîte en bois) sur le haut des prismes au moyen d'un étrier; le miroir, élevé au-dessus du plan du cadran, renvoie les rayons solaires sur la fente située entre les deux prismes. Tout cela me paraît très théorique cependant !

Le plan du cadran équatorial doit être ajusté sur un chevalet lui-même ajusté à un T parfaitement horizontal; un étai constitué de lames glisse dans la gaine et l'on doit régler cet étai au moyen du double décimètre pour que le plan du cadran soit parallèle à l'équateur céleste, ce qui implique évidemment de connaître de la latitude du lieu mais aussi de se livrer à des calculs trigonométriques... La photo du dos du cadran ne me permet pas de voir si l'axe sur lequel la glissière coulissante se trouve est gradué directement, ce qui serait plus pratique; par exemple pour la latitude de 48° 20', on place la glissière à tel niveau de l'axe. Pour 46° 50', on place la glissière à tel autre niveau; etc. Bien entendu, ce cadran implique également d'être orienté sur le méridien du lieu, autrement dit que l'utilisateur sache déterminer l'axe Nord-Sud géographique, ce qui n'est pas forcément facile...

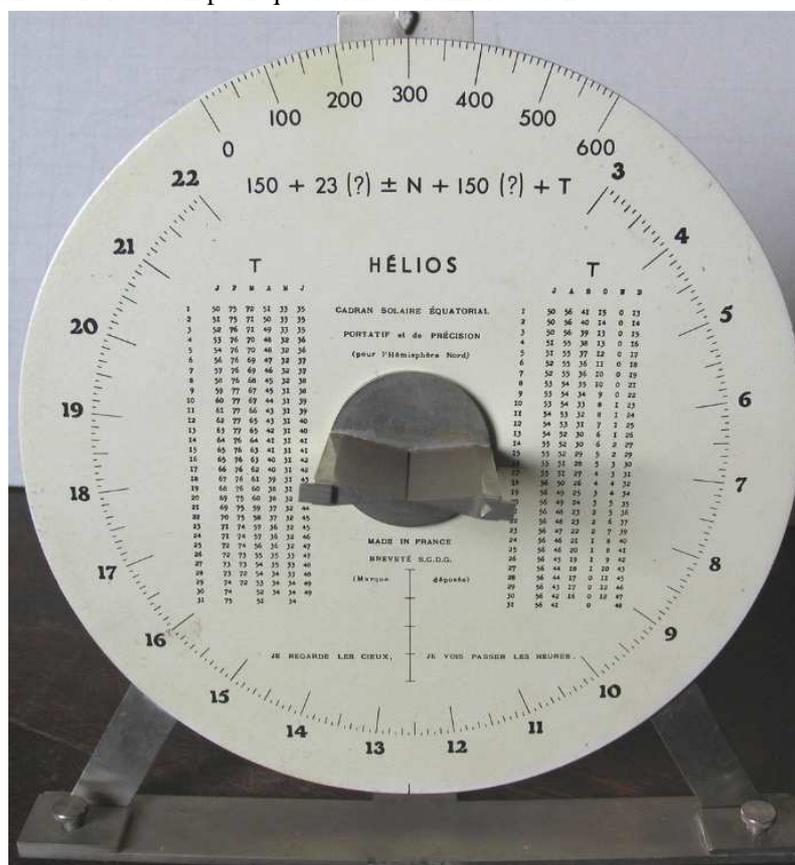
La partie intéressante de ce cadran est évidemment la face Nord, graduée de 3 h à 22 h (il y a 15° entre deux heures), ce qui suppose que le cadran peut être utilisé aux hautes latitudes. Le style polaire est remplacé par deux lames biseautées qui laissent passer un rais de lumière qui indique donc l'heure. Ce système est mobile et doit être orienté vers le Soleil pour que le rais de lumière soit net.



▲ Face arrière

Face Nord ►

Sur le haut du cadran se trouve un secteur angulaire avec des graduations de 0 à 600, avec au-dessus un indicateur métallique et en dessous une formule curieuse, avec encore en dessous un tableau qui tabule la



quantité T de la formule en fonction du jour du mois. Disons le tout de suite, l'auteur de ce cadran n'a pas fait dans la simplicité !!

Le principe est de caler la table équatoriale de façon à ce que le cadran indique le temps légal des montres. Passons à la formule; 150 est un nombre choisi pour que l'on n'arrive jamais à un résultat négatif, ce dont la graduation tient compte. Il est curieux de revenir à cette façon de corriger le temps solaire qui remonte au moins à Régiomontanus au XV siècle et que l'on trouve par exemple dans les Tables Pruténiques d'Erasmus Reinhold parues en 1551. Avec ce système, la correction au temps solaire est toujours positive, ceci pour éviter à l'utilisateur de manipuler des quantités tantôt positives, tantôt négatives. Notons que ces 150 ne sont, comme le reste de la formule, que 15 multiplié par 10. Tous les termes de la formule sont multipliés par 10 d'ailleurs.

Le nombre 23 est suivi d'un point d'interrogation : il signifie que la correction n'est pas toujours à prendre en compte, car 23 est lié à N : c'est la longitude du lieu d'utilisation. Or on peut compter la longitude depuis le méridien de Paris ou depuis celui de Greenwich. Donc on prend en compte 23 si l'on utilise un N rapporté à Greenwich. D'où sort ce 23 ? Comme toutes les quantités sont arrondies, je pense que 23 devrait être 23,375 et que c'est la longitude de Paris convertie en degrés et multipliée par 10 : $9\text{ m } 21\text{ s} * 15 * 10 = 23,375$, soit 23 en arrondissant. Le terme N est donc le nombre de degrés de la longitude multiplié par 10; on doit ajouter N si la longitude est Ouest et retrancher N si la longitude est Est (que l'on mesure depuis Paris ou Greenwich), ce qu'indique le signe \pm (plus ou moins) situé devant N. Quant au nombre 150, il indique une éventuelle heure d'été; je dis éventuelle car ce cadran date d'avant-guerre, ce qui explique aussi pourquoi il y a cette ambiguïté sur la longitude car beaucoup de cartes d'avant-guerre (et même d'après jusqu'à aujourd'hui) continuent d'utiliser une double graduation en longitude.



Enfin le terme T est l'équation du temps; mais, et c'est là "l'astuce", si vous regardez le tableau, vous constatez par exemple que le 25 décembre, jour où l'équation du temps est nulle, on lit 41. Alors que début novembre, où l'équation du temps est la plus grande possible en valeur absolue, on lit 0. En fait, ce 41 est $4,1^\circ$ (je rappelle que tous les nombres sont multipliés par 10). Et $4,1^\circ$ correspond à 16 m 24 s. Or 16 m 24 s correspond à la valeur de l'équation du temps début novembre... N'importe quelle valeur du tableau s'obtient donc

par : (équation du temps + 0 h 16 m 24 s)*150. L'auteur (M. Bobin) a intégré directement à sa graduation 3 corrections : longitude de Paris, équation du temps maximum, avance de 1 h sur le Temps Universel, soit 0 h 34 m 15 s.

On voit cette intégration dans le fait que point midi (12 h) ne coïncide pas avec la ligne de plus grande pente du cadran : le décalage est bien positionné sur 12 h 34 m (en théorie, les graduations sont toutes les 5 minutes).

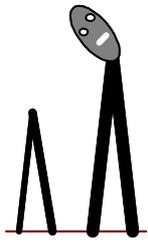
Comment utiliser concrètement le cadran ? Imaginons que l'on soit à Nice (longitude $7^\circ 16'$ Est de Greenwich, soit $7^\circ,2666$) le 29 avril. On aura donc comme correction à afficher sur la graduation marginale en haut :

$$150 + 23 - 73 + 150 + 34 = 284$$

Un "moderne" ferait le calcul suivant : correction journalière au temps légal = équation du temps + longitude + avance sur le TU. Soit 2 m 39 s + 29 m 06 s + 2 h = 1 h 28 m 15 s, soit 221 (au lieu de 284); la différence 63 ou $6,3^\circ = 25\text{ m } 12\text{ s}$ est sensiblement égale à l'équation du temps début novembre + la longitude de Paris.

- Retour sur le gnomon chinois

<<A la suite d'une question relative à la longueur du gnomon chez les Chinois (voir *Cadran Info* n° 21 mai 2010, page 137), il paraît nécessaire d'apporter les précisions suivantes.



R. R. J. Rohr, dans son ouvrage *Les cadrans solaires*, éd. Oberlin 1986, p. 13, écrit (sans précision bibliographique) : « Les Chinois se sont en outre servi depuis la plus haute antiquité du gnomon à trou que les riverains de la Méditerranée ne connaîtront que beaucoup plus tard [...]. Enfin vers 500 av. J. -C. une ordonnance a prescrit sous peine de sanctions sévères, que tous les gnomons auraient en Chine une hauteur uniforme ».

Ces deux affirmations ont été depuis recopiées de bonne foi par différents auteurs contemporains. Malheureusement, comme c'est souvent le cas avec Rohr, la réalité historique est bien différente. Il est fort probable qu'il ait recopié en partie (pour la première affirmation du moins) J.-B. Biot, *Etudes sur l'astronomie indienne et sur l'astronomie chinoise*, Paris, 1862, sans chercher d'autres sources plus récentes.

Il faut prendre en effet le temps de consulter les travaux du grand sinologue français Henri Maspero (1883-1945), membre de l'Académie des Inscriptions et Belles Lettres, qui a longuement étudié l'astronomie chinoise, – notamment les textes – et rectifié certaines erreurs ou mauvaises interprétations de ses prédécesseurs (Gaubil, Biot, Saussure). Deux études de Maspero sont fondamentales : 1) « L'astronomie chinoise avant les Han », *T'oung Pao*, vol. 26, 1929, p. 267-356 ; 2) « Les instruments astronomiques des Chinois au temps des Han », extrait des *Mélanges chinois et bouddhiques*, vol. VI, 1939.

En ce qui concerne l'affirmation selon laquelle une ordonnance aurait été prescrite quant à la longueur des gnomons, il n'en est nulle part question, et pas seulement chez H. Maspero. On trouve d'ailleurs différentes valeurs pour la longueur du gnomon, en général 8 pieds (soit 1,96 m), mais aussi 9 pieds ou encore 10 pieds comme le rapporte par exemple le Père Gaubil, « Des solstices et des ombres méridiennes du gnomon, observés à la Chine », *Connaissance des Temps pour l'an 1809*, Paris, avril 1807, p. 382-401.

Henri Maspero écrit dans « Les instruments astronomiques des Chinois au temps des Han », *op. cit.*, p. 218 : « Il semble que l'on ait commencé par employer des gnomons de 10 pieds de hauteur ; mais ce nombre, qui ne rentrait pas facilement dans le calcul du triangle rectangle, fondé sur les rapports des nombres 3, 4 et 5 et de leurs carrés, fut bientôt abandonné pour 8, nombre double de la hauteur du triangle rectangle dans le triangle étalon : le gnomon de 8 pieds devint le gnomon classique des astronomes chinois et sauf quelques changements éphémères, il le resta jusqu'à la dynastie mandchoue, époque où les jésuites firent adopter le gnomon de 10 pieds pour entrer dans le système décimal. Au temps des Han et pendant près de 20 siècles, on n'employa normalement que le gnomon de 8 pieds ».

Quant à l'affirmation selon laquelle les Chinois auraient inventé le gnomon à trou ou à œilleton, H. Maspero est très clair (p. 273) : « Je ne sais pas à quelle date remonte la première mention indubitable du gnomon à trou. Tout ce que je peux dire, c'est qu'on en attribue à tort l'invention à Ko-Cheou-king (XIII^e siècle) et que son emploi en Chine ne remonte probablement pas plus haut que la fin du XVII^e siècle et le commencement du XVIII^e siècle. L'attribution du gnomon à trou dans l'Antiquité est une erreur qui remonte à E. Biot¹, qui a pris un tube de visé destiné à mesurer le diamètre du Soleil pour un gnomon à trou ! [...]. Précisons que tous les gnomons chinois se terminent par une pointe ».

La consultation d'études récentes, relatives à l'astronomie chinoise (par exemple C. Cullen, *Astronomy and Mathematics in Ancient China : the Zhou bi suan jing*, Cambridge University Press, 1996, p. 101-128), ne remet pas en cause les conclusions de H. Maspero>>.



° Autres informations

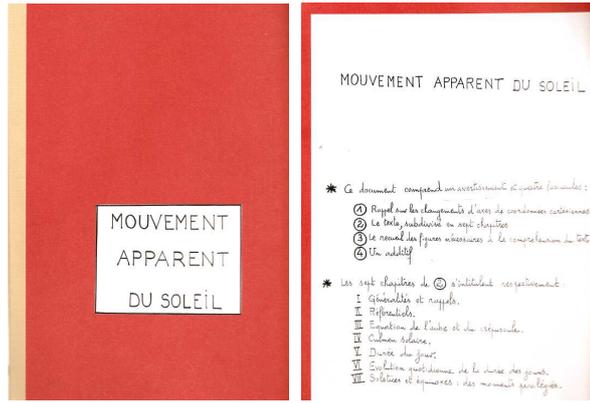
- Le Mouvement apparent du soleil (Eduard Bassinot)

Après "Le temps solaire" (réf Cadran-Info n° 19) , M. E. Bassinot met à la disposition de tous un dossier de 80 pages sur le "Mouvement apparent du soleil".

¹ J.-B. Biot, *Etudes sur l'astronomie indienne et sur l'astronomie chinoise*, *op. cit.*, écrit en effet p. 308 : « Prenez un bambou : percez-y un trou dont le diamètre soit 1/10 de pied, à la longueur de 8 pieds. Cherchez l'ombre et observez-là. Le trou, en droite ligne, couvrira le soleil ; et le soleil correspondra à l'ouverture du trou ».

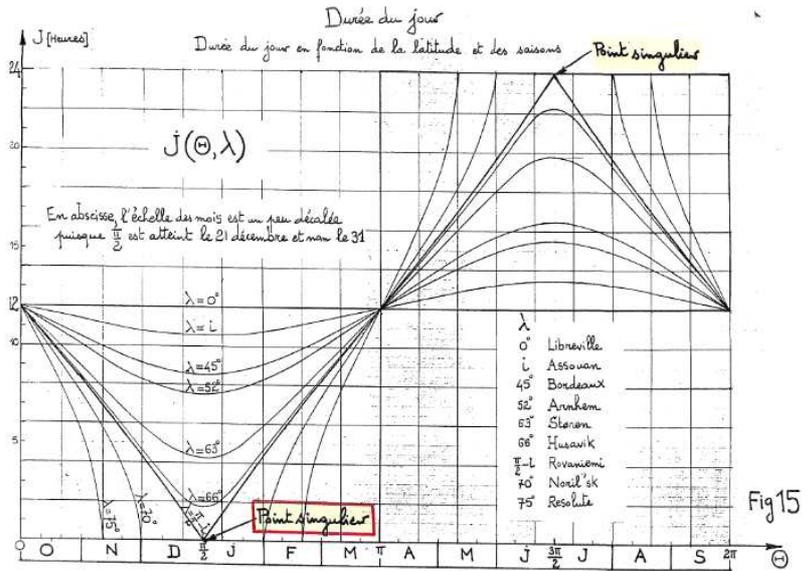
L'étude comprend un avertissement et quatre fascicules: 1- Rappel sur les changements d'axes de coordonnées cartésiennes; 2- Le texte, subdivisé en sept chapitres; 3- Le recueil des figures nécessaires à la compréhension du texte; 4- Un additif.

Les sept chapitres du fascicule n° 2 s'intitulent respectivement: I Généralités et rappels; II Référentiels; III Equation de l'aube et du crépuscule; IV Culmen solaire; V Durée du jour; VI Evolution quotidienne de la durée du jour; VII Solstices et équinoxes: des moments privilégiés.



<<Dans cette étude, vous découvrirez entre autre qu'aux solstices, sur le cercle polaire, le soleil rebondit immédiatement au lieu de stagner plus ou moins longtemps en fonction de la latitude du lieu d'observation.

C'est ce que met en évidence le point singulier de ma figure n°15 ci-contre>>. E.B



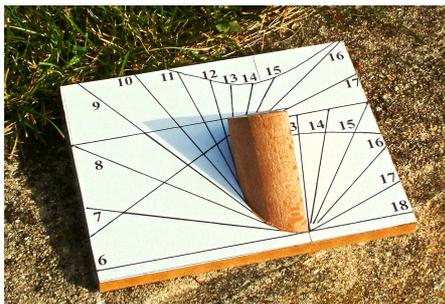
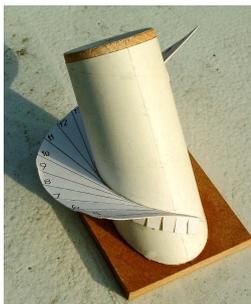
- Du calcul à la réalisation des cadrans solaires (Pierre Tosi)



Disponible sur CD et correspondant à 130 pages A4, Pierre Tosi aborde avec pédagogie les théories gnomoniques.

Il offre la possibilité de réaliser une grande variété de cadrans originaux: Cadran polaire escalier; Cadran à colonne inclinée; Utilisation de l'hélicoïde développable; Cadran à développante de cercle; Cadrans coniques; Cadran à chapiteau carré sur colonne cylindrique; Cadran bicylindre; Cadran mono, bi, tri-filaire ...

L'étude est illustrée par de nombreux schémas explicatifs et de photographies. Pour chaque cadran est présenté une maquette (voir ci-dessous).



- A propos du cadran du Crêt-Châtelard

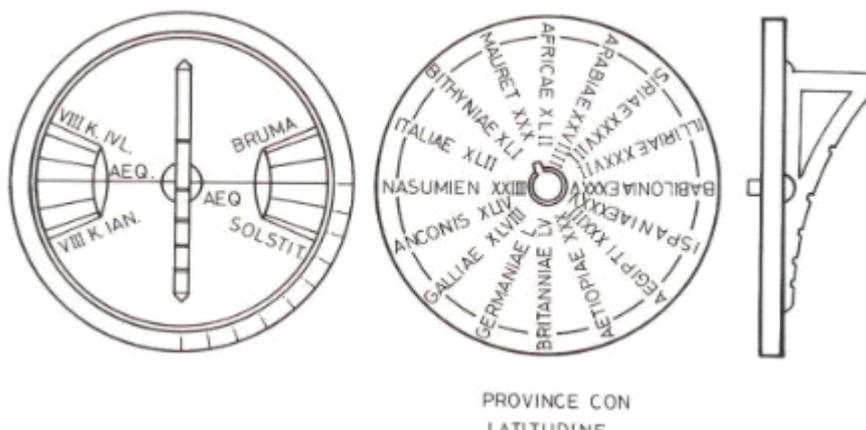
Ce cadran antique recèle encore bien des mystères, mais sans attendre une étude gnomonique approfondie, nous vous proposons en vrac: échanges de courriels, articles, livres ou extraits de livres numériques, remarques...

° Informations données par M. P. Gagnaire:

C'est Monsieur Paul Gagnaire qui a lancé le sujet en m'adressant un mail avec en PJ un montage de deux pages de Trincherio où il présente ce cadran antique de type "pros pan klima" et où il indique la provenance: Crest-Chatelard, sur la commune de Saint-Marcel de Félines (Loire 42).

PROS PAN KLIMA (προζ παν κλιμα)

Strumenti inventati, secondo Vitruvio, da «Theodosius et Andrias». Il significato delle parole greche è «per tutti i luoghi». Si tratterebbe pertanto di strumenti da viaggio, universali. Più avanti Vitruvio nomina i «Viatoria» che potrebbe essere il nome latino degli stessi strumenti. Theodosio fu un matematico e astronomo della Bitinia, vissuto nel II-I Sec. a.C., contemporaneo di Ipparco. I reperti archeologici che possono riconoscersi in questa definizione sono numerosi: sono tutti caratterizzati dalla possibilità di regolazione per funzionare nei vari luoghi il cui elenco è inciso su di essi. Nella Fig. 6-132 è illustrato l'esemplare noto come «Orologio di Cret-Chatelard».



Monsieur Gagnaire ajoute que «la Revue des Antiquaires de France en parle dans sa 6ème série; tome VII; 1898, signatures: V.Durand et général de La Noë».

Nous mettons donc a disposition cet ouvrage issu de la bibliothèque numérique "Gallica" de la BnF dans la version CD de ce Cadran Info. Il précise le lieu, les circonstances de la découverte et la description du cadran...

Par un autre mail Monsieur Gagnaire me fait parvenir l'article de M.Bousquet publié en 2003 dans la revue du GRAL² (Groupe de Recherches Archéologiques de la Loire) et la demande faite à la Présidente de cette association pour une autorisation de le republier. Il écrit: «Je ne suis pas le découvreur de l'article, c'est Madame Marie-Louise Guillaud-Bataille Présidente des "Chemins du Petit Patrimoine" qui s'intéresse au patrimoine du Forez ou, plus largement, de la Loire. Elle utilise l'adjectif "ligérien" comme en Touraine!

CADRAN SOLAIRE PORTATIF

TROUVÉ AU CRÊT-CHATELARD

COMMUNE DE SAINT-MARCEL DE FÉLINES (LOIRE).

1° DESCRIPTION

Par M. Vincent DURAND, associé correspondant national.

2° RESTITUTION ET MODE D'EMPLOI

Par le général de LA NOË, membre résident.

Lui dans les séances des 24 et 31 mars et 28 avril 1897.

I. DESCRIPTION.

Auguste Chaverondier se proposait de décrire, dans le mémoire qu'il préparait sur l'oppidum du Crêt-Châtelard, le curieux cadran solaire portatif antique dont je publie le dessin, jadis exécuté par moi à son intention.

Cet objet fut trouvé, il y a quelque soixante ans, par M. Antoine Fabre, cultivateur au lieu de Cis, commune de Saint-Marcel de Félines (Loire),
LVII — 4896

² Maison Passé Présent, 8 rue Desimiane de Montchal 42 170 Saint-Just Saint-Rambert.

Je sais que l'"objet" étudié par Monsieur Bousquet se trouve au Musée Joseph Déchelette à Roanne, mais on ne sait me dire si c'est l'original ou une copie. L'appellation de "pros pan klima", elle-même a été prise dans un ouvrage de Trincherio, Moglia et Pavanello : "L'ombra e il tempo", 1988. J'imagine qu'elle ne ferait pas l'unanimité des spécialistes des cadrans antiques>>>

° **Article de M. Bousquet**

Madame Mireille Busseuil, présidente du GRAL, après consultation du conseil d'administration, a donné l'autorisation de publier cet article. Elle nous a même adressé le texte et les illustrations sous "word", permettant une mise en page adaptée à notre revue tout en reprenant intégralement le texte de l'auteur. Voici donc avec tous nos remerciements au GRAL et à M. Bousquet "Le cadran solaire du Crêt Chatelard" dans son intégralité en annexe de la version cadran Info n°22 sur CD et ci-dessous la première page.

Le cadran solaire du Crêt Chatelard par M. Bousquet

<<Au XIX^{ème} siècle, il a été trouvé au Crêt-Châtelard (commune de Saint-Marcel-de-Félines) un objet identifié comme un cadran solaire que Vincent Durand date « du milieu ou du troisième quart du II^{ème} siècle après J.-C. » (CAG—254).

1. Description

L'instrument est, par construction, un appareil portable, à suspendre? comportant un disque et une équerre orientable. Il est analogue à d'autres exemplaires que l'on peut trouver par exemple à Rome ou à Oxford (G. Chouquer : « L'arpentage romain »).

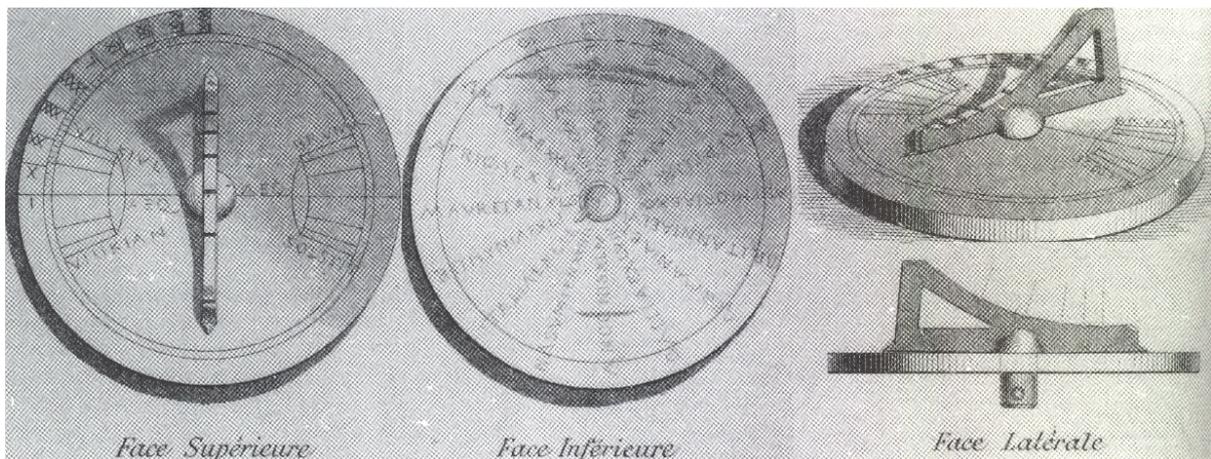


Figure 1: le cadran solaire du Crêt-Châtelard
Dessin Vincent Durand

Sur la face avant on trouve des graduations (latitudes) de 0° à 90°, sur un quart de la circonférence, numérotées de I à LXXX. Cette latitude est repérée par un index qui servait aussi, probablement, de point de suspension.

D'autres modèles sont composés de deux disques concentriques : l'anneau de suspension est fixe, le disque externe porte les valeurs des latitudes ; le disque interne est réglé pour la latitude du lieu d'observation.

Sur ces cadrans, il y a également des repères de déclinaison solaire pour effectuer un réglage en fonction de la date annuelle (voir les photos avec les abréviations) :

- AEQ : la ligne des équinoxes pour lesquelles la déclinaison solaire (D) est nulle (21 mars et 23 septembre).
- VII KIVL : le 8^{ème} jour des calendes de juillet (22 juin) avec, à l'opposé, une autre gravure par points : SOLSTIT : le solstice d'été.
- VIII KIAN : le 8^{ème} jour des calendes de janvier, soit le 25 décembre, aux environs du solstice d'hiver (22 décembre), qualifié de BRUMA.

Pour ces deux dernières marques, la déclinaison est soit maximum : + 23°27', soit minimum : - 23°27'.

Sur l'hypoténuse courbe sont gravées des marques, des traits perpendiculaires, considérés comme des repères horaires. A l'arrière, le disque porte 16 indications de lieux, associés à des nombres qui sont des latitudes moyennes. Par exemple : Galliae XLVIII (soit 48°) ; Narbon XLIII (soit 43°), etc. C'est un aide-mémoire pour les voyageurs antiques dans le monde romain méditerranéen>>>

Cette première partie est suivie des chapitres:

2. Explications
3. Le cadran équatorial
4. Le cadran mural
5. Cadran « de Ptolémée »
6. Cadran dérivé, inédit
7. Le cadran du Crêt-Châtelard
8. Commentaires sur les études de Vincent Durand

° **Remarques générales et relatives à l'article du GRAL par Denis Savoie.**

<<Ce cadran de Crêt Chatelard est mentionné dans l'apparat critique de J. Soubiran du Livre IX du De Architectura, p. 254-255, qui se réfère à Diels et Kubitschek. Il se trouve que je possède l'article de H. Diels, un philologue qui maîtrisait bien son sujet, qui dit clairement qu'on ne sait pas comment fonctionne ce cadran. Ce que J. Drecker, gnomoniste, a par contre expliqué plus tard en 1924 dans son ouvrage Die Theorie der Sonnenuhren, p. 60-64 (mais il faudrait une traduction du passage qui me semble assez fouillé et technique).

Il faut noter que si l'objet date du II^{ème} siècle et que l'équinoxe, désigné sur l'instrument par AEQ, tombe les 21 mars et 23 septembre, il y a problème car dans le calendrier julien, l'équinoxe est fixé au 25 mars et 24 septembre (voir F. K. Ginzel, Handbuch... t.2, p. 282).

L'inscription "VII KIVL" indiquée comme correspondant au "8e jour des calendes de juillet (22 juin)" qui correspondrait lui-même au solstice d'été pose également problème. En effet dans la reproduction de H. Diels, on peut lire VIII KIVL (et non VII), ce qui correspond au 8e des calendes de juillet, lui-même au 24 juin (et non au 22) et qui est bien la date du solstice d'été dans le calendrier julien.

Il faut également se rappeler que "la déclinaison du Soleil valant <<plus ou moins 23° 27' >>, n'est valable que pour l'obliquité du XIX siècle. Il faut donc utiliser celle du II^{ème} siècle pour une analyse.

En ce qui concerne les explications de fonctionnement où il question uniquement d'heures équinoxiales (ce serait une nouveauté pour un cadran de cette époque) puisque selon l'auteur, l'objet en question fonctionnerait finalement comme un équatorial. Il faudrait mieux s'appuyer Franz Woepcke dont je puis assurer que la thèse (soutenue en 1842 sur les cadrans antiques) montre bien sa maîtrise du sujet.

En conclusion, j'ai sous les yeux une reproduction de ce "cadran" de Crêt. J'avoue que je ne sais pas par où le prendre. Il ne comporte aucune ligne chiffrée, juste une règle centrale mobile incurvée.

La question est : est ce vraiment un cadran solaire ?

NB: Pour les gnomonistes, il faut signaler qu'un le cadran équatorial n'est pas un cadran d'azimut et revoir le cadran attribué à Ptolémée>>.

Pour compléter ces études, vous trouverez dans la version CD l'article de JAMES EVANS: **Gnomonike Techne** *The Dialer's Art and its Meanings for the Ancient World* (2005).

⇒ ☞ **Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:**

Dans le dossier CS du Cret_Chatelard:

° L'article complet de M. A.Bousquet "Le cadran solaire du Crêt Chatelard:

"B.A_cadran cret chatelard.doc"

° Mémoires de la société nationale des antiquaires de France, sixième série, Tome septième (1898): "Crêt Chatelard. Pdf"

° JAMES EVANS: Gnomonike Techne, The Dialer's Art and its Meanings for the Ancient World: "Gnomonike Techne.pdf".

- Les astrolabes



Lors de la réunion de notre commission en mai dernier il a été décidé de créer un groupe de travail sur l'étude des astrolabes. Le pilote de ce groupe est **Alain Ferreira** alainferreira@free.fr que vous pouvez contacter pour échanger et approfondir ce domaine.

Pour information, la revue "l'Astronomie" a consacré 3 numéros récents sur le sujet:

° N° 7 juillet/août 2008: L'astrolabe démythifié, le comprendre et l'utiliser. L'adresse de nombreux sites concernant cet objet est donné en fin de revue.

° N° 8 septembre 2008: Construire son astrolabe.

° N° 19 Septembre 2009: L'astrolabe quadrant

Rappel le logiciel Shadows de F. Blateyron permet de calculer des astrolabes.

<http://pro.ovh.net/~shadowsp/fr/functions.html>

NB: La photo est celle de l'astrolabe de l'aéroport d'Orly. Il ne fonctionne plus actuellement.



Si vous participez ou avez la connaissance de manifestations gnomoniques dans votre région, si vous avez des informations gnomoniques, ayez le réflexe de communiquer l'information.

Merci.



° Quelques Sites internet

- Le site de notre commission:

<http://www.commission-cadrans-solaires.fr/>.

A été restructuré par Louis de DINECHIN. Une nouvelle rubrique " L'article du mois" a été lancée en juin dernier. Nous mettons à disposition de tous les visiteurs durant un mois (ou plus), un DOCUMENT de gnomonique à TELECHARGER.

En accord avec la responsable de la publication "l'ASTRONOMIE", nous avons choisi de vous offrir des anciens articles parus dans cette revue. Le premier article était: "Le cadran solaire à rétrogradation de l'observatoire de Juvisy, et le miracle d'Isaïe" (Astronomie de 1885, pages 321 à 340).

- De Jean-Michel Ansel

<<je suis tombé sur l'édition numérique d'un **vieux livre en anglais** qui présente peut-être de l'intérêt.>>

<http://digital.library.upenn.edu/women/gatty/sundials/sundials.html>

- Site de Joan Serra

A découvrir le site de J. Serra depuis Palma de Mallorca : des **cadrans**, des informations (certaines en français), des liens:

<http://www.bernisol.com>

- Site de Brigitte Alix

Sur son site Madame B Alix explique ce qu'est un **astrolabe** et comment elle les réalise pour les proposer à la vente.

www.astrolabes.fr



° Articles à paraître dans le prochain Cadran Info

Merci aux auteurs ci-dessous pour leurs articles en réserve de publication:

COLLIN D: Suite de l'étude concernant les "lignes horaires antiques". **GAGNAIRE P:** Cadres solaires sur l'église de Rochefort-en-Savoie : données gnomoniques. **KIEFFER M:** Un nouveau cadran. **UDENOT G:** Volvelles lunaires des cadres solaires portables*. **REYMAN F :** Les tracés équi-curvilignes*. **SAVOIE D:** Etude gnomonique de l'analemme de Ptolémée. **VIAL A :** Théorie du cadran à chapeau : cas du tronç conique.

* Présentation faite à la réunion de mai 2010 à Dijon.

